

Практико-ориентированные задачи как средство активизации учебно- познавательной деятельности учащихся



Березнёва Ольга Николаевна, учитель математики
квалификационной категории «учитель –методист»
ГУО «Средняя школа №12 г. Новополоцка»

Использование практико-ориентированных задач
для достижения следующих целей
НА УРОКЕ:

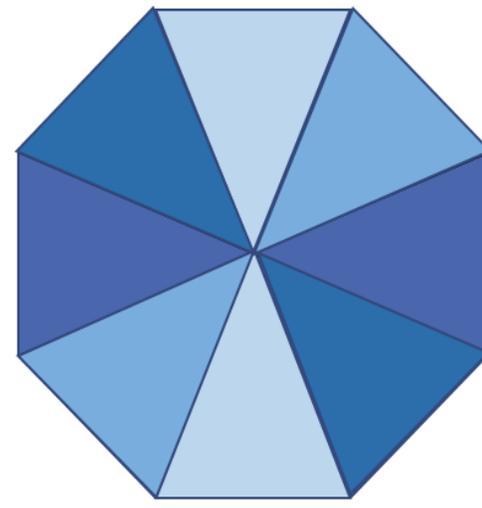
мотивация изучения новой темы;
закрепление и углубление знаний;
формирование практических умений

Активизации
учебно-познавательной деятельности
на разных этапах урока:

привлечение учащихся к постановке и реализации целей и задач урока;

стимулирование интереса к содержанию ранее изученного материала необходимого для освоения нового учебного материала;

включение учащихся в интересную для них деятельность



Задачи, мотивирующие учащихся к
изучению новой темы



Стандартный вид числа.7 класс

Большие числа

Масса Земли

6 000 000 000 000 000 000 000 000 000 кг



Маленькие числа



Толщина пленки мыльного пузыря

0,000 000 06 см

$$b = a \cdot 10^n, 1 \leq a < 10$$



Масса Земли

6 000 000 000 000 000 000 000 000 000 кг = $6 \cdot 10^{24}$ кг

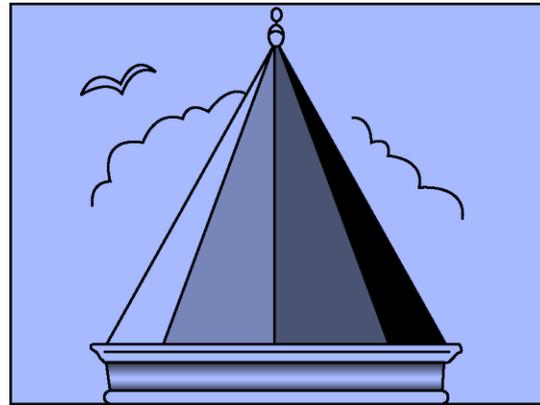
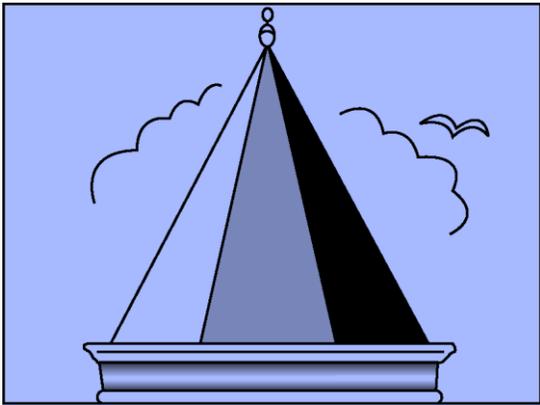
Толщина пленки мыльного пузыря

0,000000006 см = $6 \cdot 10^{-8}$ см



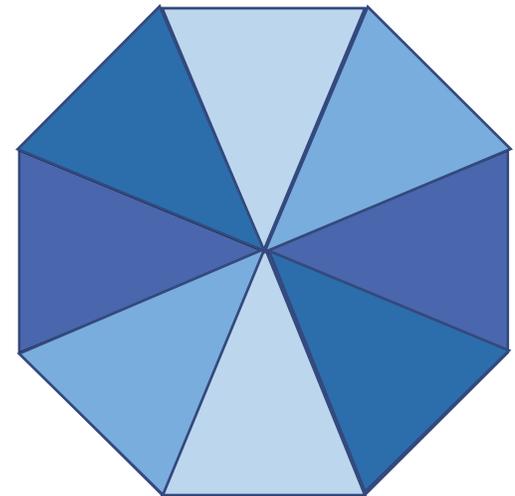
Угол. 7 класс

На рисунках представлены изображения одной и той же башни, которая имеет восьмигранную крышу. Ниже на рисунке показан вид сверху на эту крышу.



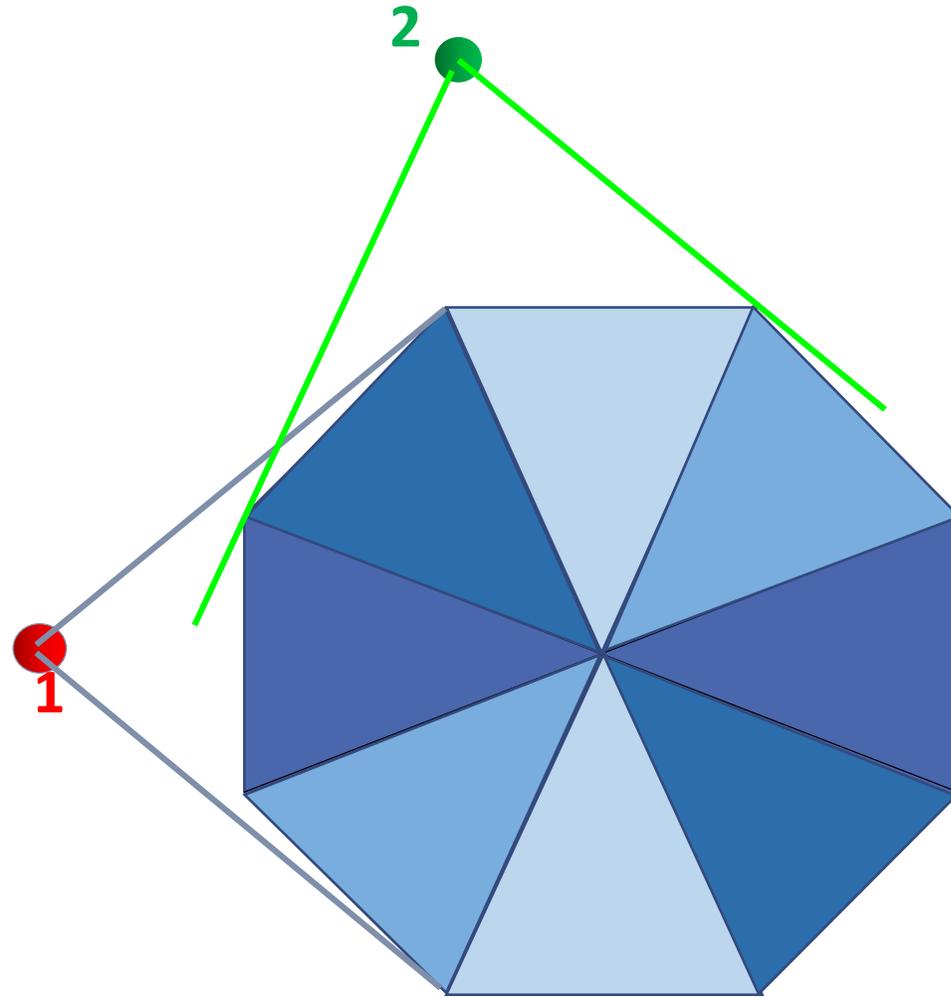
Ваня прогуливается вокруг башни. С какой из двух позиций он увидит большее число граней крыши?

1

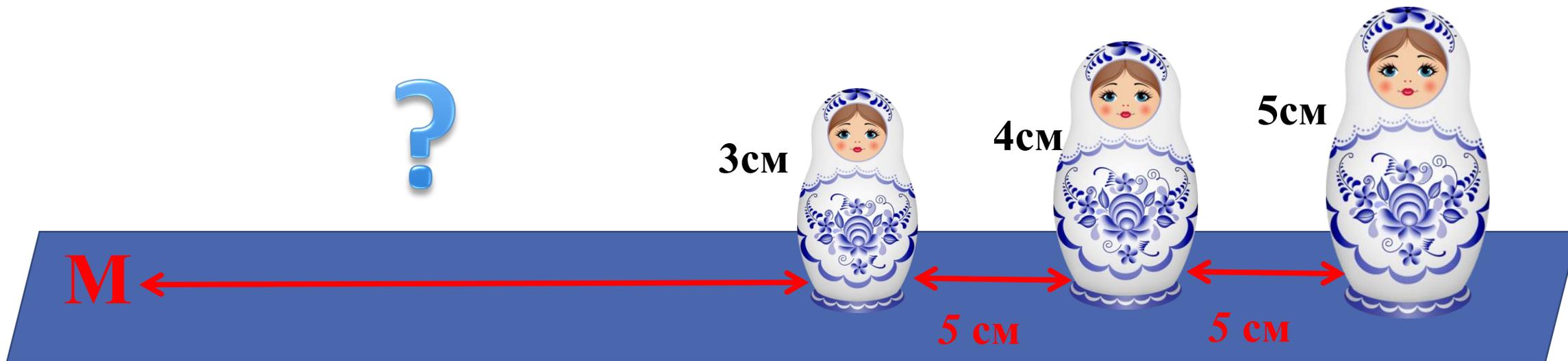


2

Угол. 7 класс



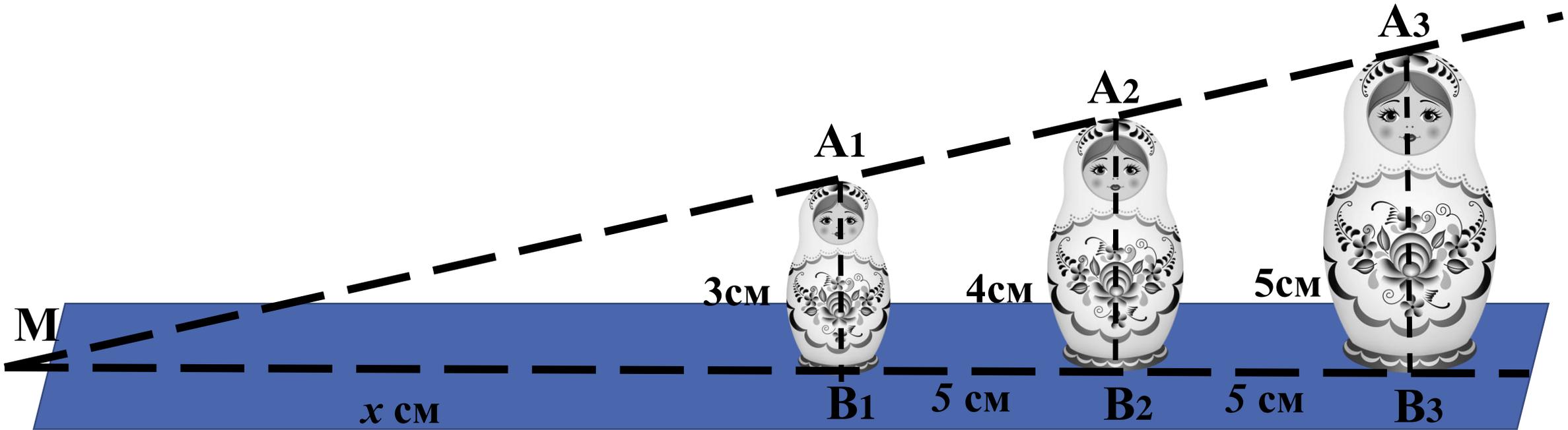
Подобие треугольников. 8 класс



На столе стоят матрешки высотой 3, 4 и 5 см. Расстояние между матрешками одинаково и равно 5 см.

С какого расстояния нужно посмотреть на меньшую, чтобы большая матрешка стала невидна?

Подобие треугольников. 8 класс



$\triangle MA_1B_1$, $\triangle MA_2B_2$ и $\triangle MA_3B_3$ – подобны.

$$\frac{MB_1}{B_1A_1} = \frac{MB_2}{B_2A_2} = \frac{MB_3}{B_3A_3}$$

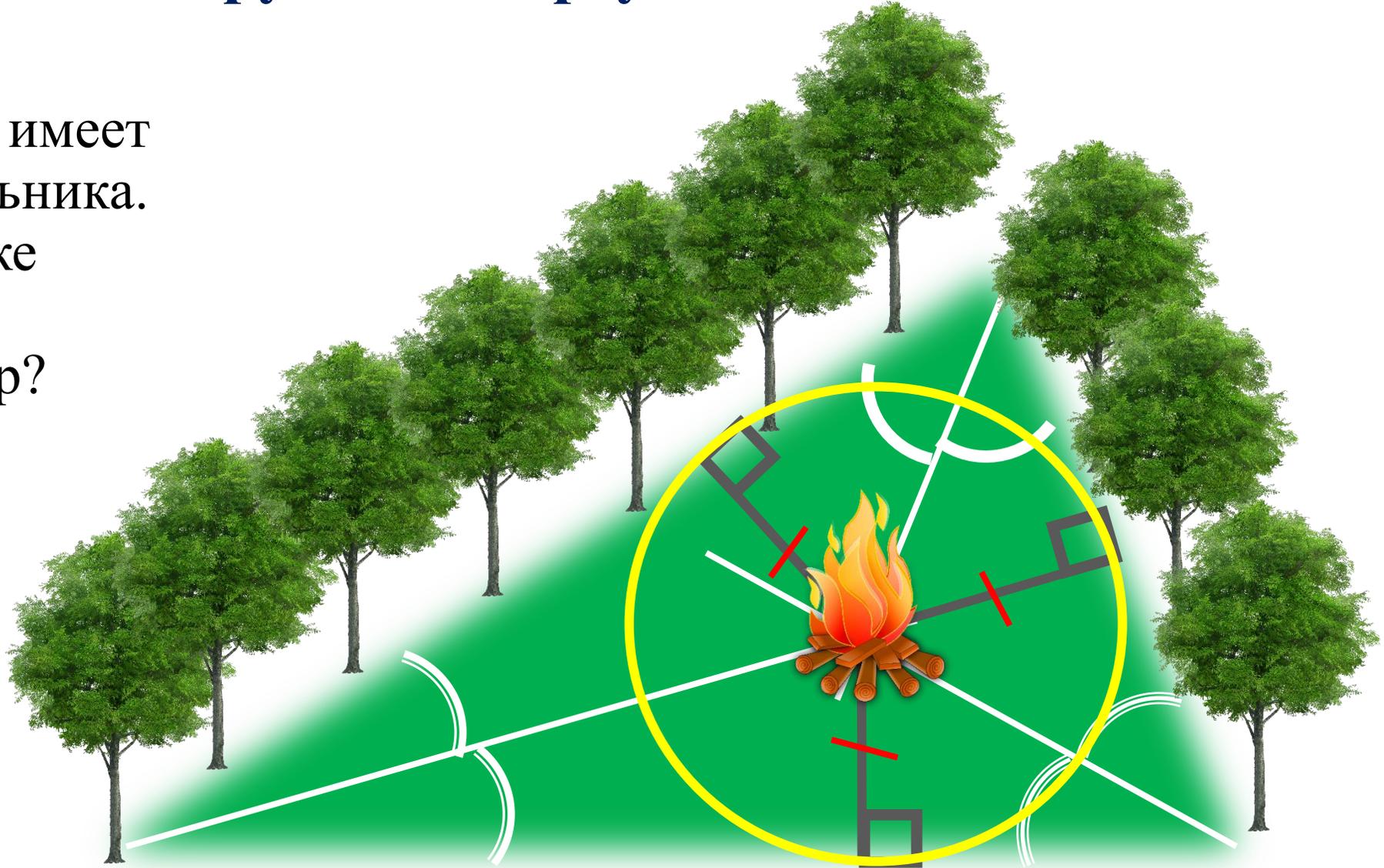
$$\frac{x}{3} = \frac{x+5}{4} = \frac{x+10}{5}$$

$$x=15\text{cm}$$

Свойство точек биссектрисы угла. 7 класс

Вписанная окружность треугольника. 9 класс

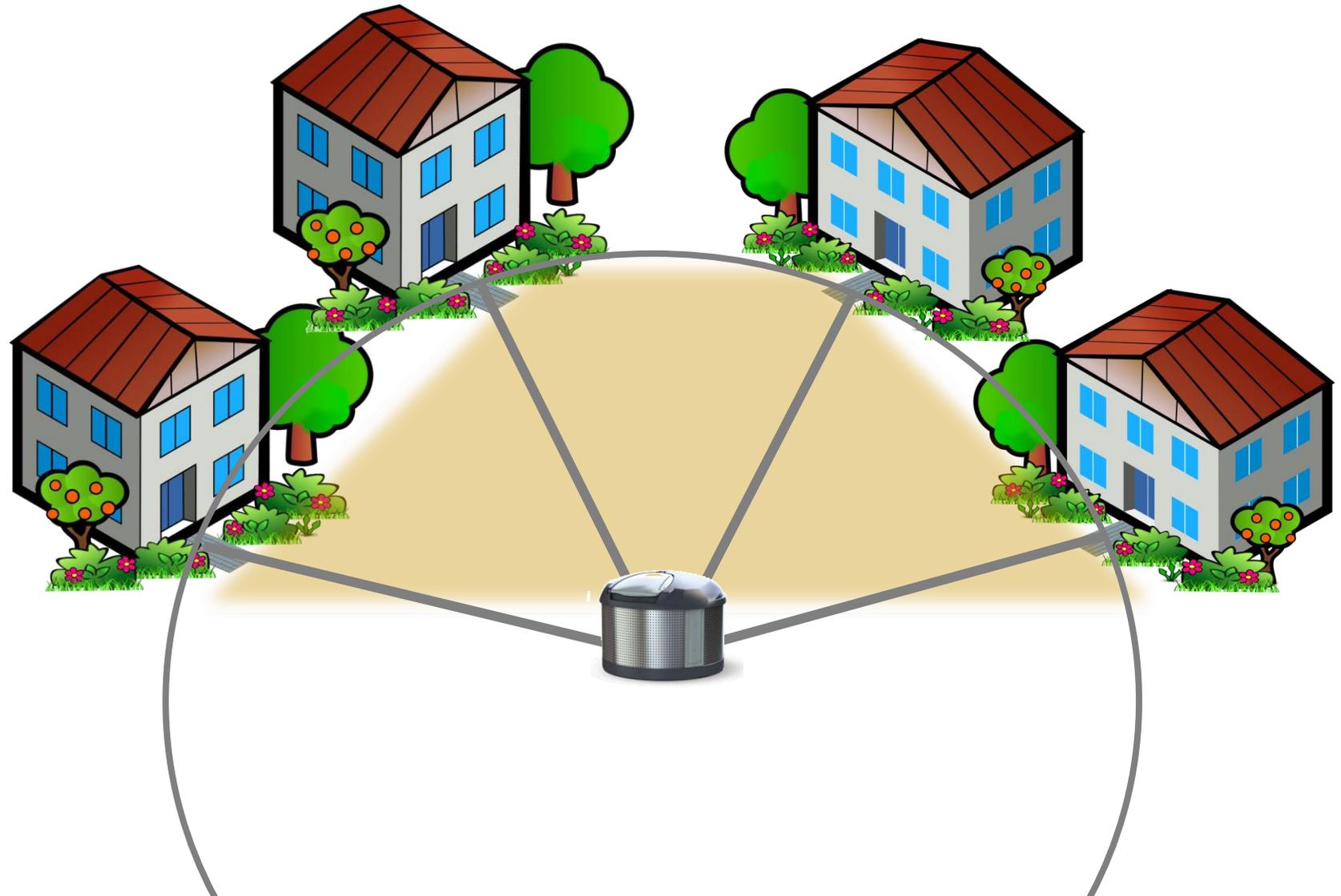
Лесная поляна имеет форму треугольника. В какой ее точке безопаснее развести костер?



Описанная окружность четырехугольника. 9 класс

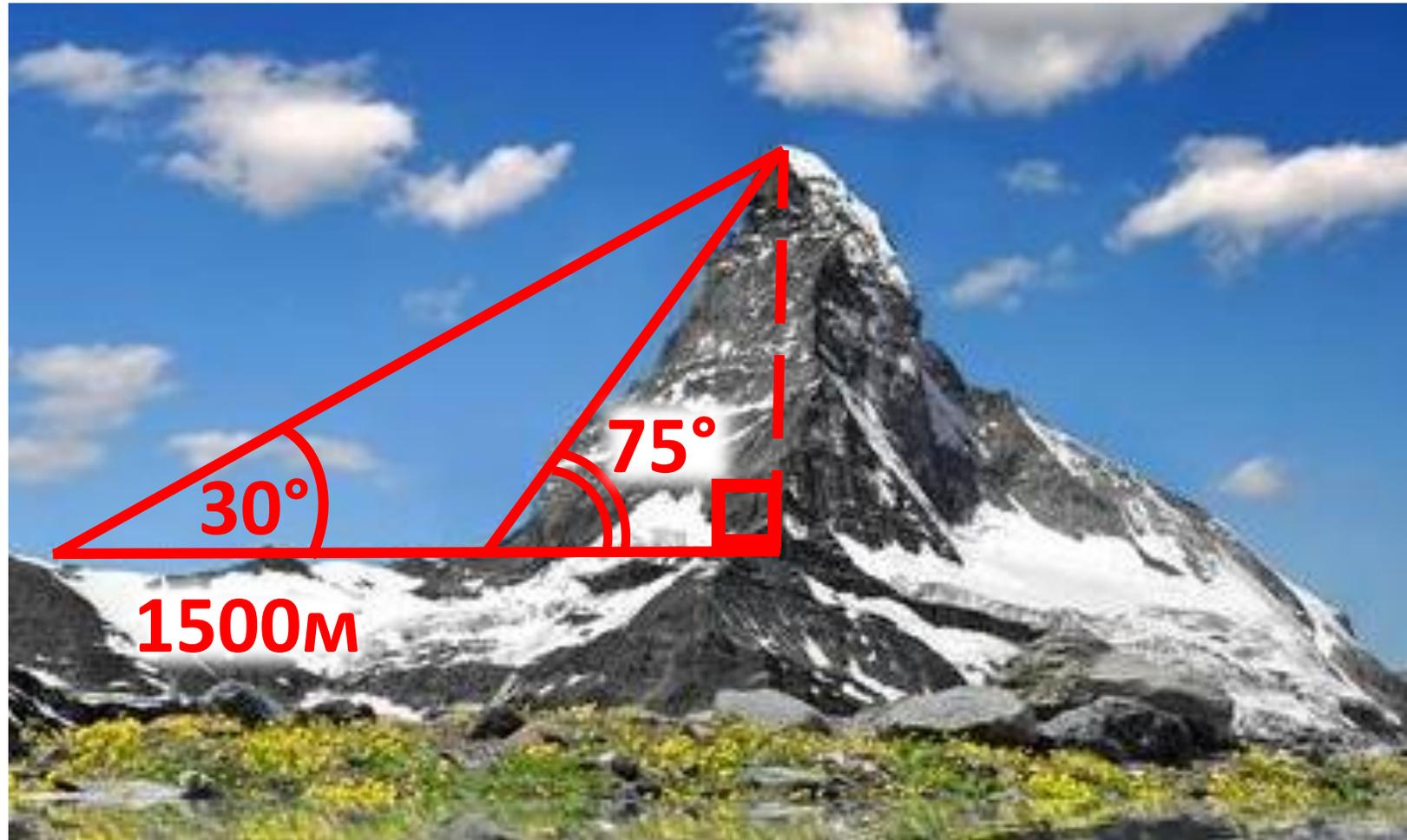
Двор имеет форму равнобедренной трапеции.

Где следует установить мусорный контейнер, чтобы расстояние до него от всех домов было одинаковым?



Теорема синусов. 9 класс

Если находиться у подножия горы, то её вершина горы видна под углом 75° . А если смотреть на неё с расстояния $1,5\text{ км}$, то под углом 30° . Найдите высоту горы.

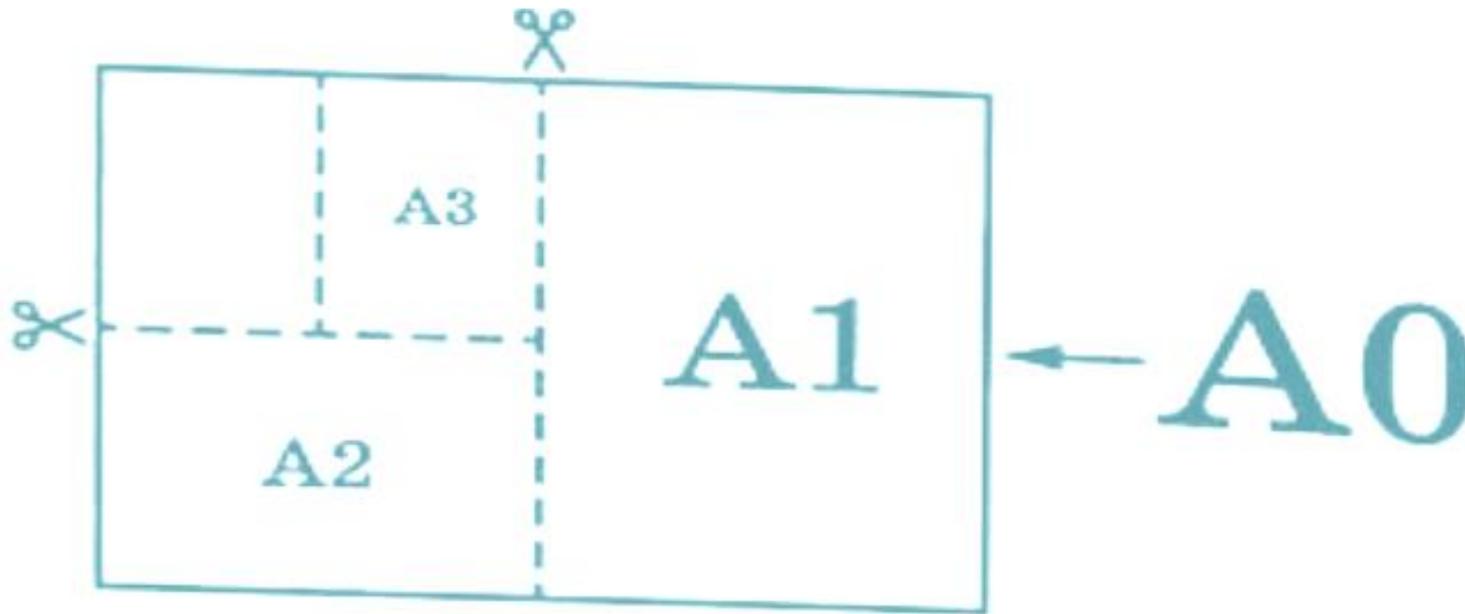


Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла. 9 класс

Что означает число
на дорожном знаке?



Показательные уравнения. 11 класс



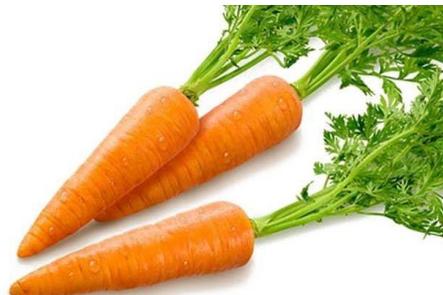
$$2^x = 32$$

При разрезании пополам листа бумаги формата А0 получаются два листа формата А1. При разрезании пополам листа формата А1 получим два листа формата А2. И так далее

Лист какого формата получим при разрезании листа А0 на 32 части?

Тела вращения (повторение). 11 класс

Сгруппируйте данные объекты



Форма конуса



Форма цилиндра



Форма усеченного конуса



Объёмы тел вращения (повторение). 11 класс

В каком жилье воздушное пространство больше?

Монгольская юрта

высота верхнего конуса 2м,
высота цилиндра 1,5м,
радиус 4м.



Сибирский чум

высота 4м,
радиус 4м



Яранга эскимосов

высота 4м,
радиус 4м



Объёмы тел вращения (повторение). 11 класс

В каком жилье воздушное пространство больше?

Монгольская юрта

высота верхнего конуса 2м,
высота цилиндра 1,5м,
радиус 4м.



Сибирский чум

высота 4м,
радиус 4м



Яранга эскимосов

высота 4м,
радиус 4м



Задачи на закрепление понятий, свойств, теорем



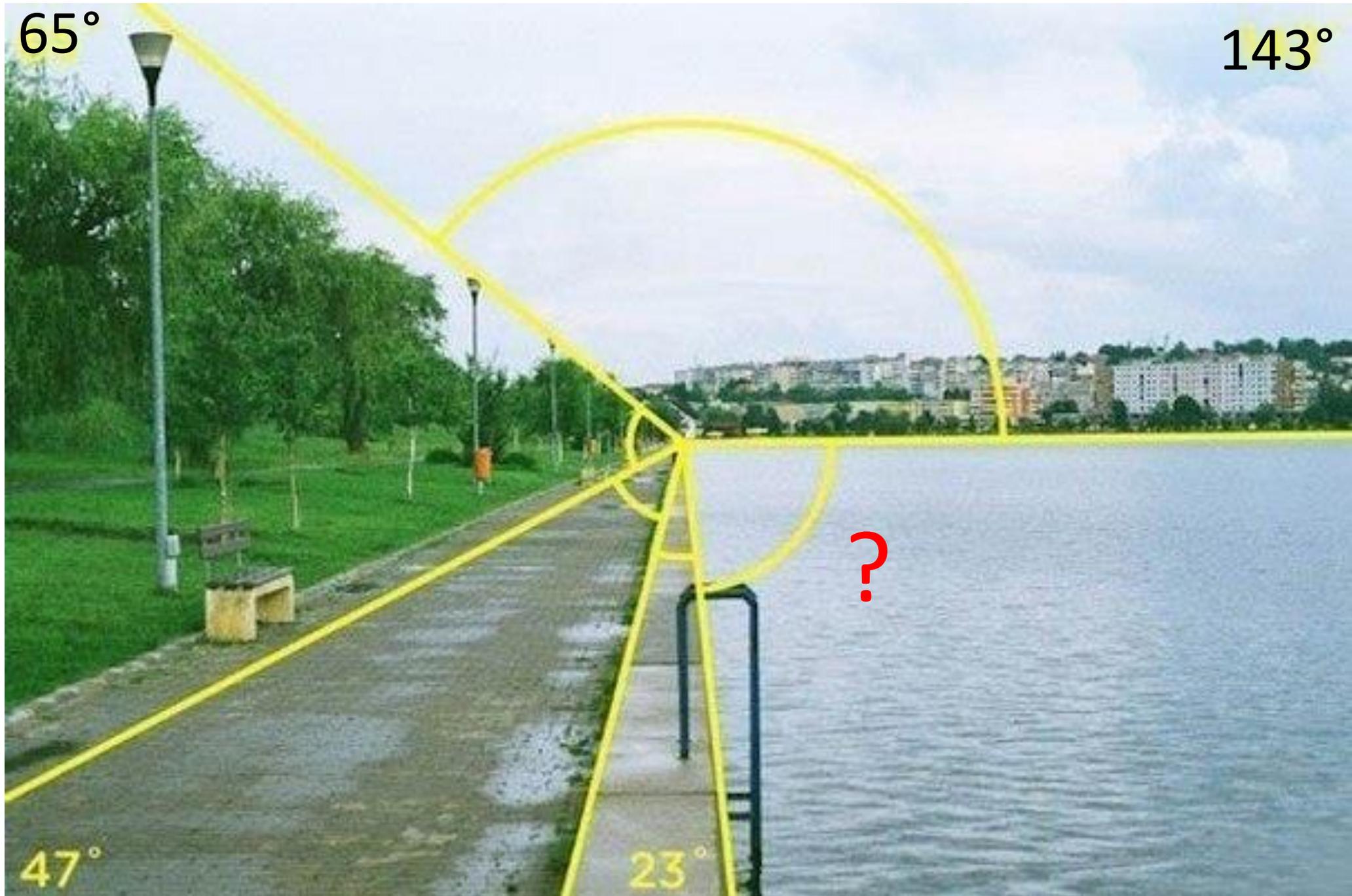
65°

143°

47°

23°

?



Теорема о двух прямых параллельных третьей. 7 класс



Плотник прибивает каждую следующую планку забора параллельно предыдущей. Согласно какой теореме можно утверждать, что первая планка параллельна последней?

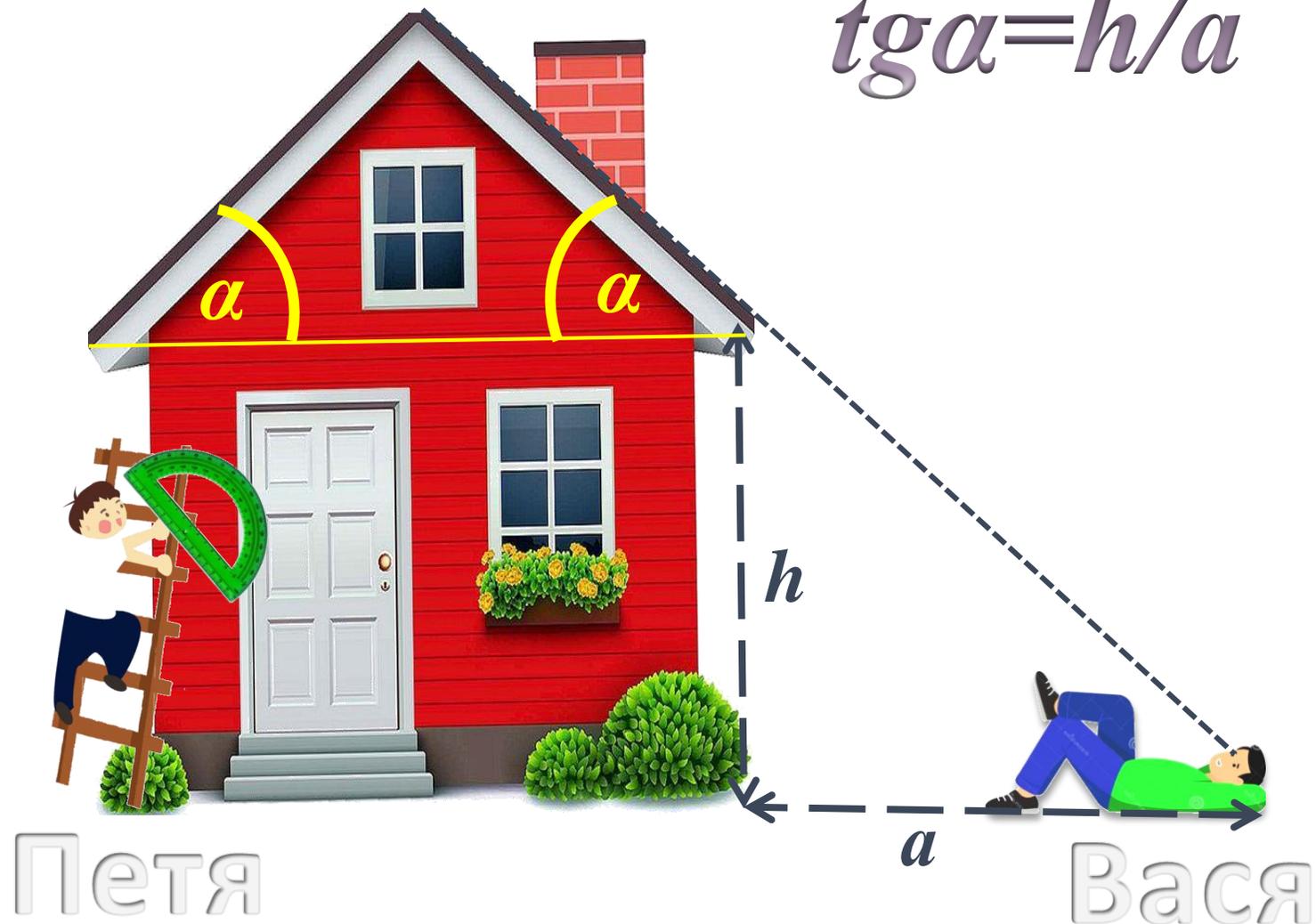
Свойства параллельных прямых. 7 класс

Угол 1 равен 62° . Найдите угол 2? На основании какой теоремы можно ответить на вопрос задачи?

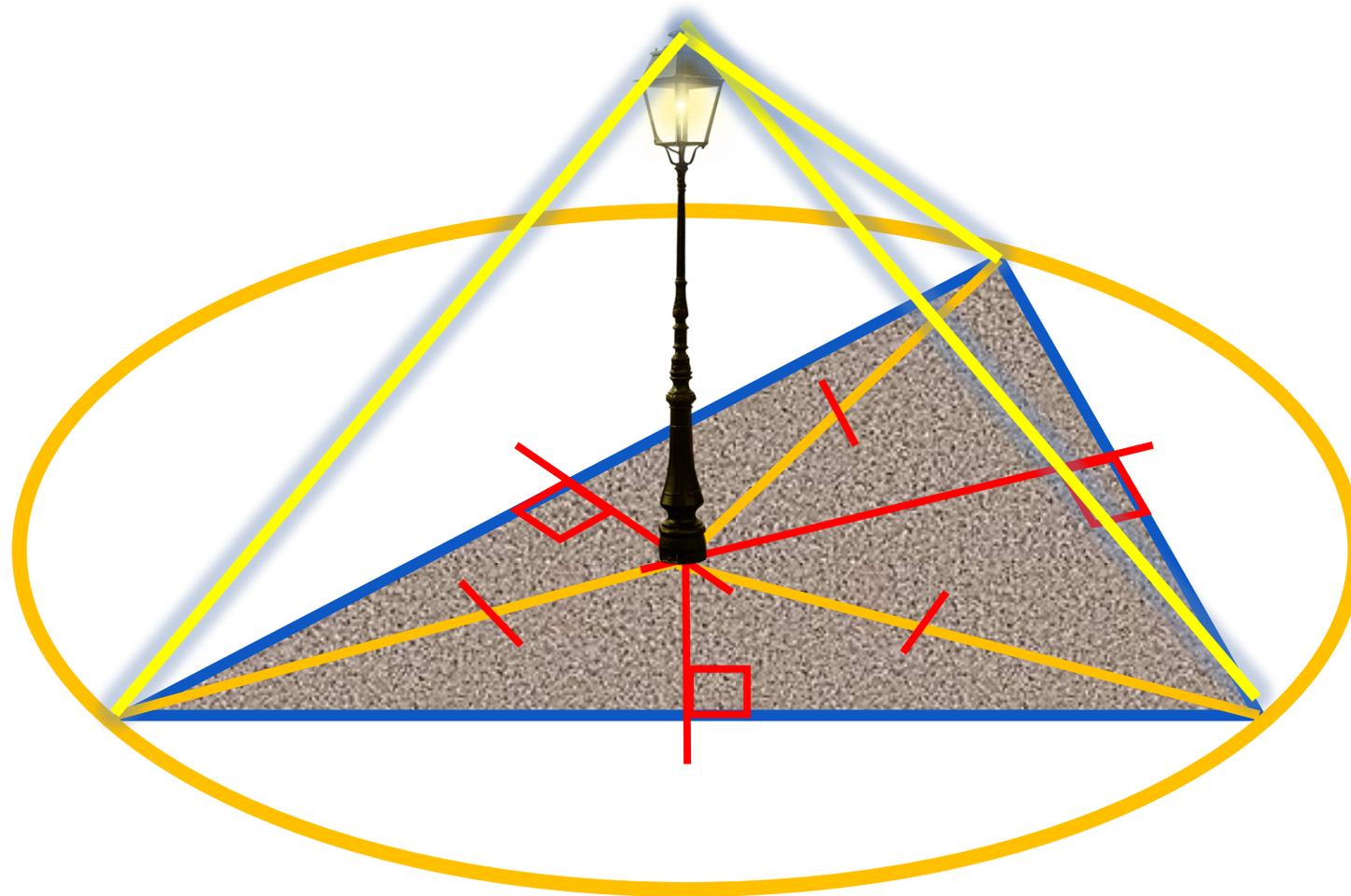


Тангенс. 9 класс

Для ремонта крыши потребовалось измерить угол её ската. Петя для этого лезет на крышу с транспортиром. А Вася, измерив расстояния a и h , отдыхает. Знание какого математического понятия позволяет Васе не залезать на крыши?



Свойство равных наклонных и их проекций. 10 класс



В каком месте открытого участка треугольной формы нужно поместить фонарь, чтобы все три угла были освещены одинаково? Какое свойство позволяет это утверждать?

Объёмы.5 класс

Установите соответствие между величинами и их значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.



ВЕЛИЧИНЫ

- А) объем банки кетчупа
- Б) объем воды в озере **Нарочь**
- В) объем спальни комнаты
- Г) объем картонной коробки из-под телевизора

ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 45 м^3
- 2) $0,4 \text{ л}$
- 3) 94 л
- 4) $0,71 \text{ км}^3$



Объёмы.5 класс

Установите соответствие между величинами и их значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

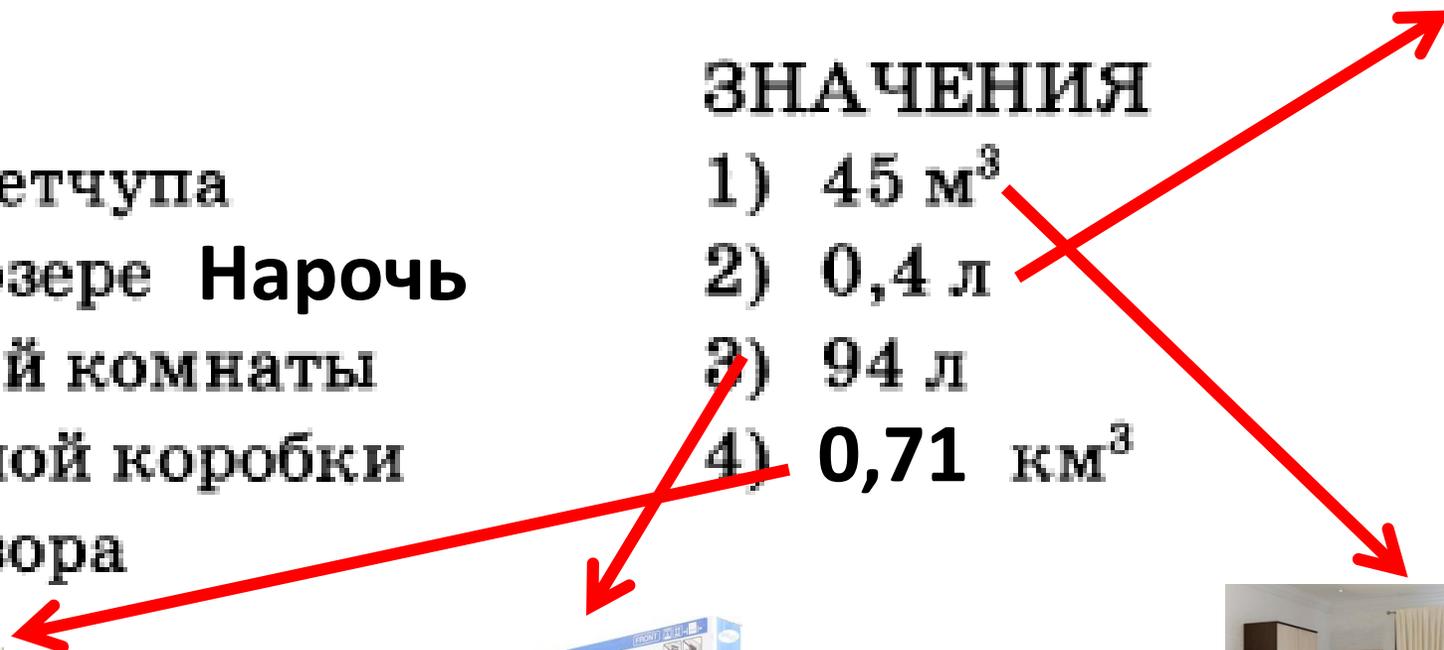


ВЕЛИЧИНЫ

- А) объем банки кетчупа
- Б) объем воды в озере Нарочь
- В) объем спальни комнаты
- Г) объем картонной коробки из-под телевизора

ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 45 м^3
- 2) $0,4 \text{ л}$
- 3) 94 л
- 4) $0,71 \text{ км}^3$



Площади.5,8 класс

Установите соответствие между величинами и объектами



1) Пол кабины лифта

2) Дно сковороды

3) Закрытый ноутбук

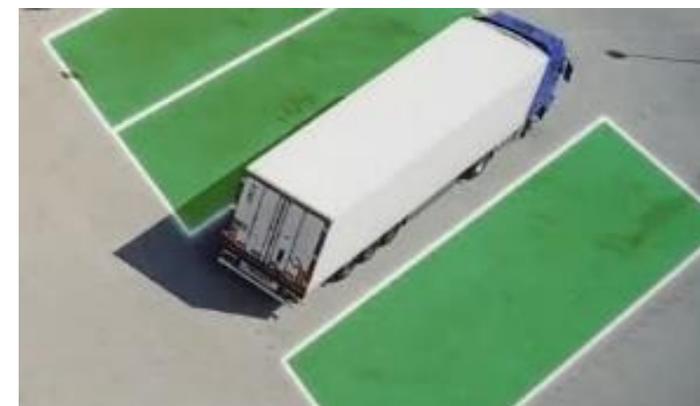
4) Место для парковки грузовика

А) 24 м^2

Б) 10 дм^2

В) $0,81 \text{ м}^2$

Г) 500 см^2



Площади.5,8 класс

Установите соответствие между величинами и объектами



1) Пол кабины лифта

2) Дно сковороды

3) Закрытый ноутбук

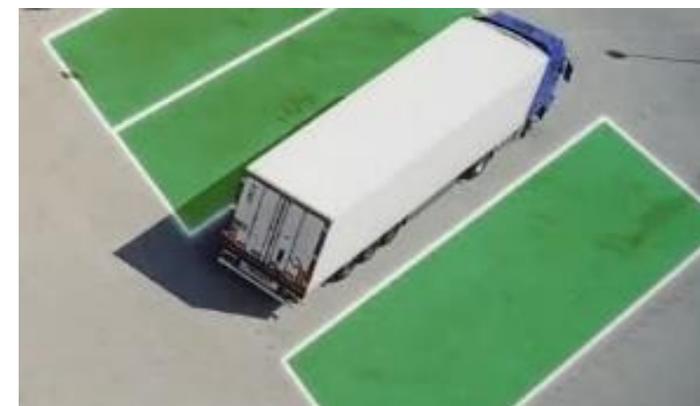
4) Место для парковки грузовика

А) 24 м^2

Б) 10 дм^2

В) $0,81 \text{ м}^2$

Г) 500 см^2



Выражения и их преобразование. 7 класс.

Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг мясорубок на основе коэффициента ценности, равного **0,1** средней цены P (в рублях за штуку), показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,1 P .$$

В таблице даны цены и показатели четырех моделей мясорубок.



А



Б



В



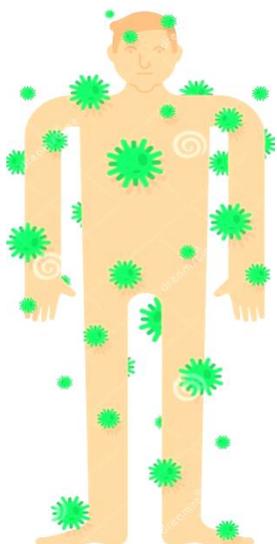
Г

Модель мясорубки	Цена мясорубки (руб. за шт.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	250	2	1	1
Б	340	1	2	3
В	420	4	2	4
Г	330	1	3	2

Найдите наивысший среди рейтингов представленных моделей.

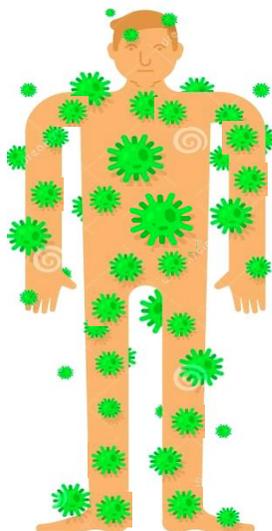
Линейная функция. 7 класс

Здоровый



10 000

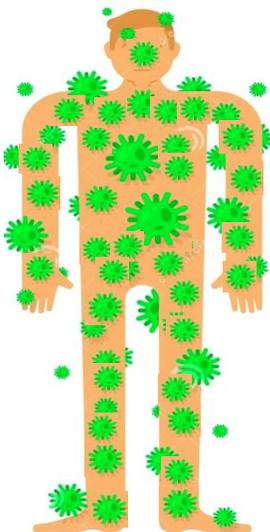
Больной



+100 000

1 день

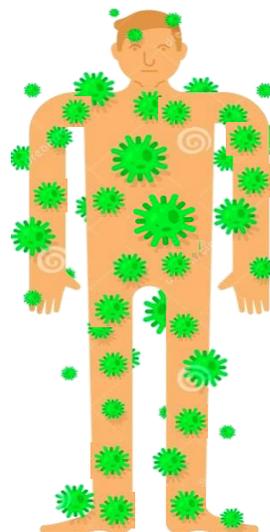
Больной



?

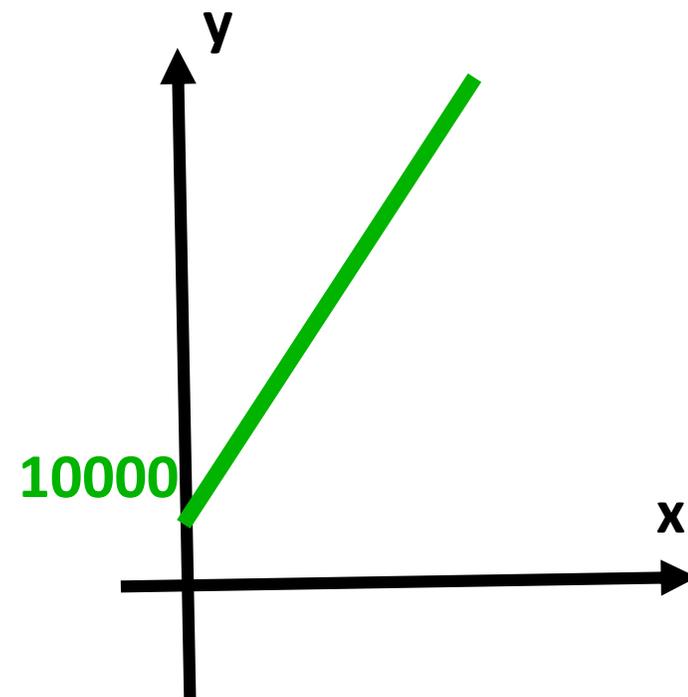
3 дня

Больной



y - ?

x дней

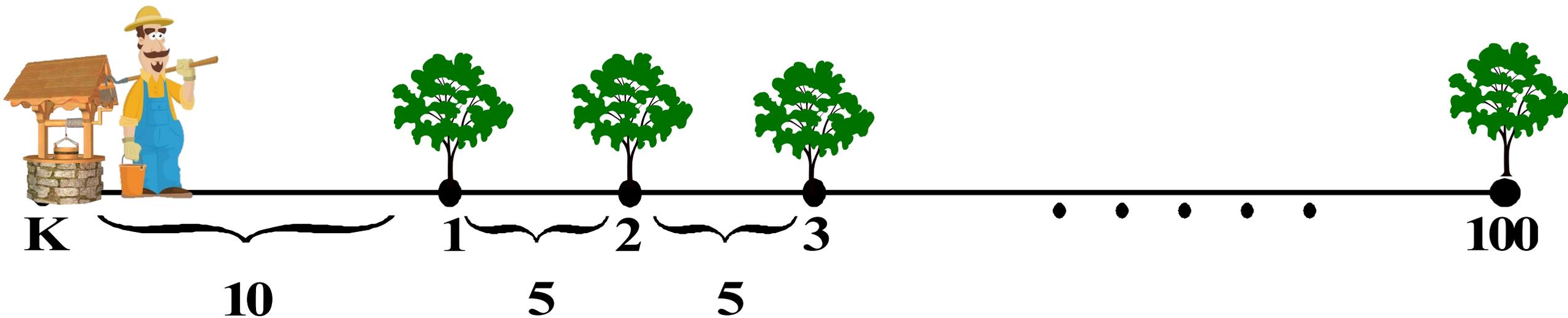


Составьте формулу зависимости числа бактерий от количества дней, если не лечиться?

Постройте график зависимости

Сумма арифметической прогрессии. 9 класс

Рассажено 100 деревьев по прямой линии на расстоянии 5 шагов одно от другого. Для полива этих деревьев дачник должен для каждого из них отдельно приносить воду из колодца, находящегося в 10 шагах от первого дерева. Сколько шагов пройдёт дачник, полив все деревья и вернувшись к колодцу?

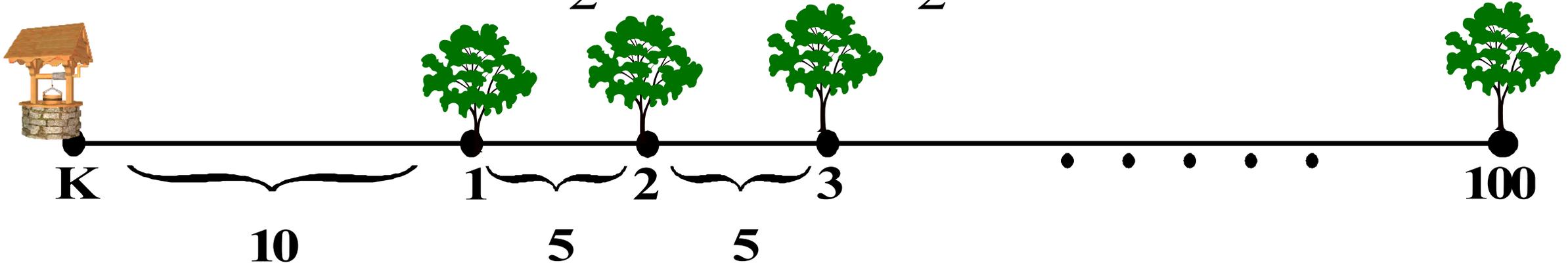


Решение.

Чтобы полить 1-ое дерево, дачник должен пройти $10 \cdot 2 = 20$ шагов, 2-е дерево – $20 + 5 \cdot 2 = 30$ шагов, 3-е – $30 + 5 \cdot 2 = 40$ шагов и т.д. Получили арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 20$, $d = 10$, $n = 100$. Требуется найти S_{100} . Для этого сначала найдём a_{100} (сколько шагов пройдёт дачник для полива 100-го дерева):

$$a_{100} = a_1 + d(n - 1) = 20 + 10(100 - 1) = 1010.$$

$$S_{100} = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{20 + 1010}{2} \cdot 100 = 51500.$$



Ответ: 51500 шагов.

Расчётные задачи по знакомой математической модели



Длина окружности. 6 класс

Вокруг клумбы, радиус которой равен 2,5 м, проложена дорожка шириной 1 м. Какова длина внешней окружности дорожки?



$$C=2\pi R$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 3,5 = 21,98(\text{м})$$

Ответ: 21,98 м

Подобие треугольников. 8 класс



Дачник хочет построить дом, фасад которого имеет форму равнобедренного треугольника. Предполагаемая ширина первого этажа равна 6м. Угол наклона ската равен 60° . Возможно ли устройство второго жилого этажа, если дачник хочет, чтобы его ширина была равна длине ската первого этажа? (высота потолка в жилом помещении не менее 2,3м)

Решение



По условию $AK=KM=MB=x$ (м).

Тогда $KC=MC=(6-x)$ м.

$KM \parallel AB$.

Значит, углы CKM и CAB равны 60° . И треугольник KMC – равносторонний.

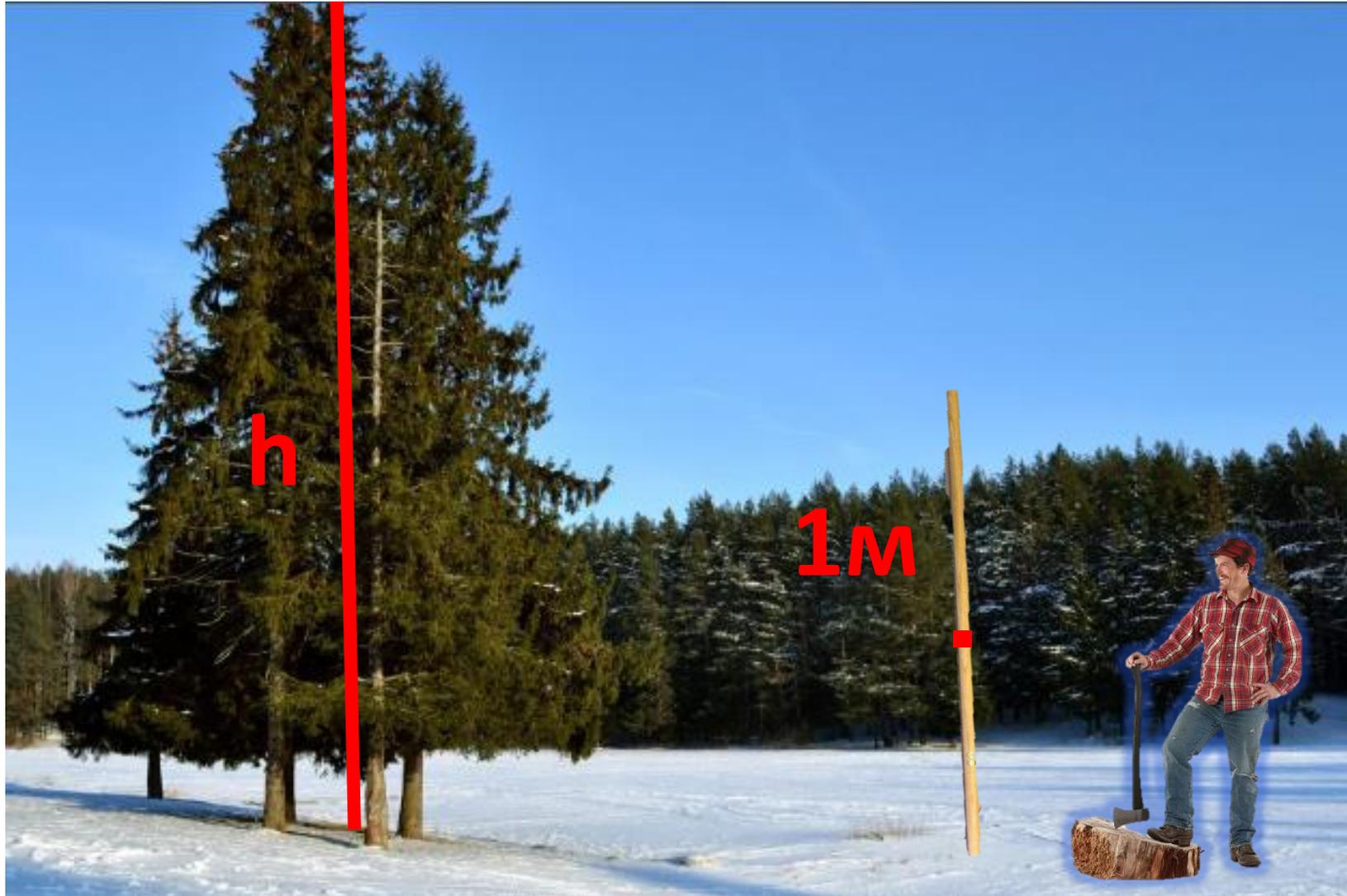
$KC=KM$, $6-x=x$, $x=3$.

Высота равностороннего треугольника KCM равна $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ м.

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,55 > 2,3\text{м}$$

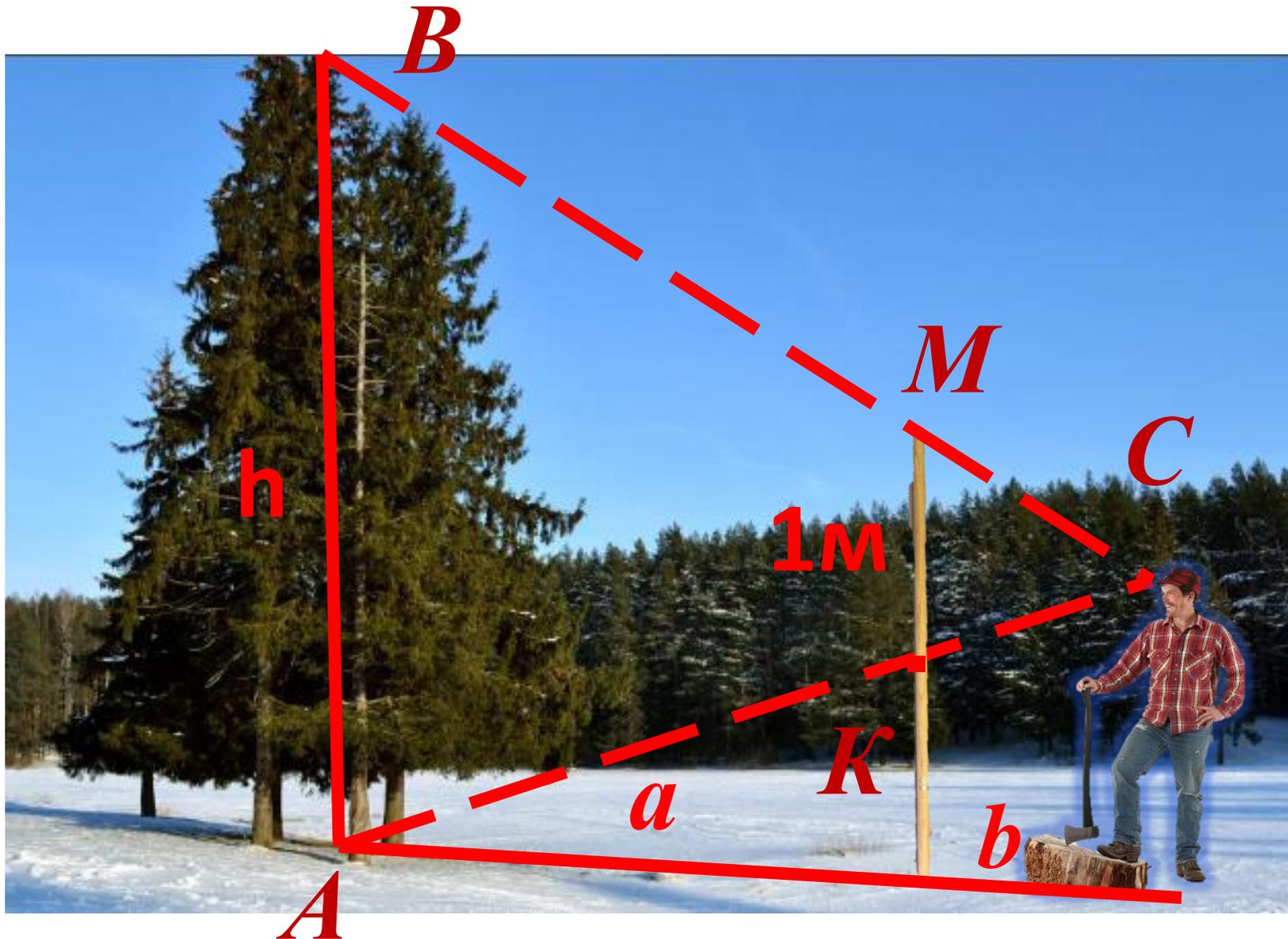
Ответ: ВОЗМОЖНО.

Подобие треугольников. 8 класс



Лесоруб определяет высоту дерева с помощью вертикального шеста, на котором сделана метка на расстоянии 1 м от его верхнего конца. Как он это делает?

Подобие треугольников. 8 класс



Из подобия
 $\triangle ABC$ и $\triangle KMS$

$$\frac{h}{1} = \frac{a + b}{b}$$

a - число шагов
от шеста до
дерева

b - число шагов
до шеста

Площади многоугольников. 8 класс

Сотни живописных озер сделали Браславский край одним из самых прекрасных уголков Беларуси.

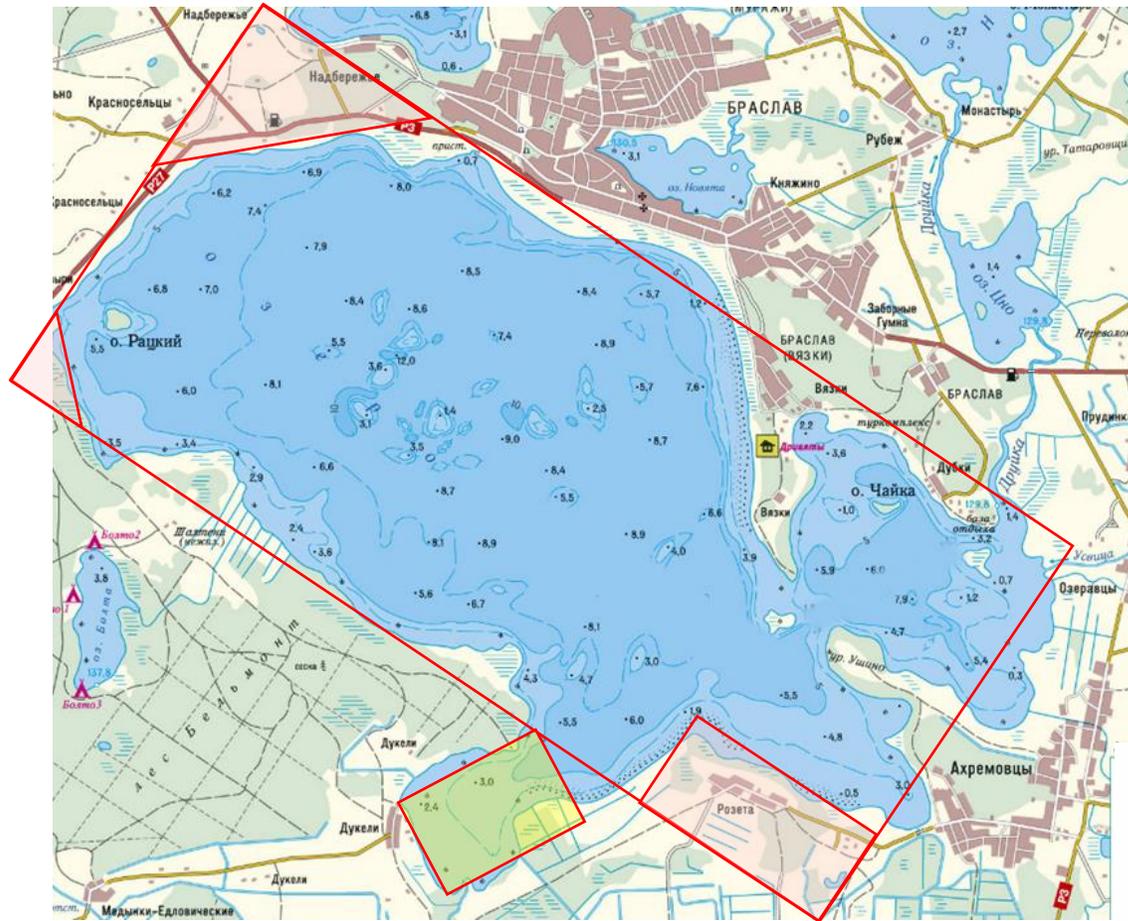


Дривяты (36км^2)
Снуды (22км^2)
Струсто (13км^2)



Определите какое озеро изображено на карте, оценив его площадь.

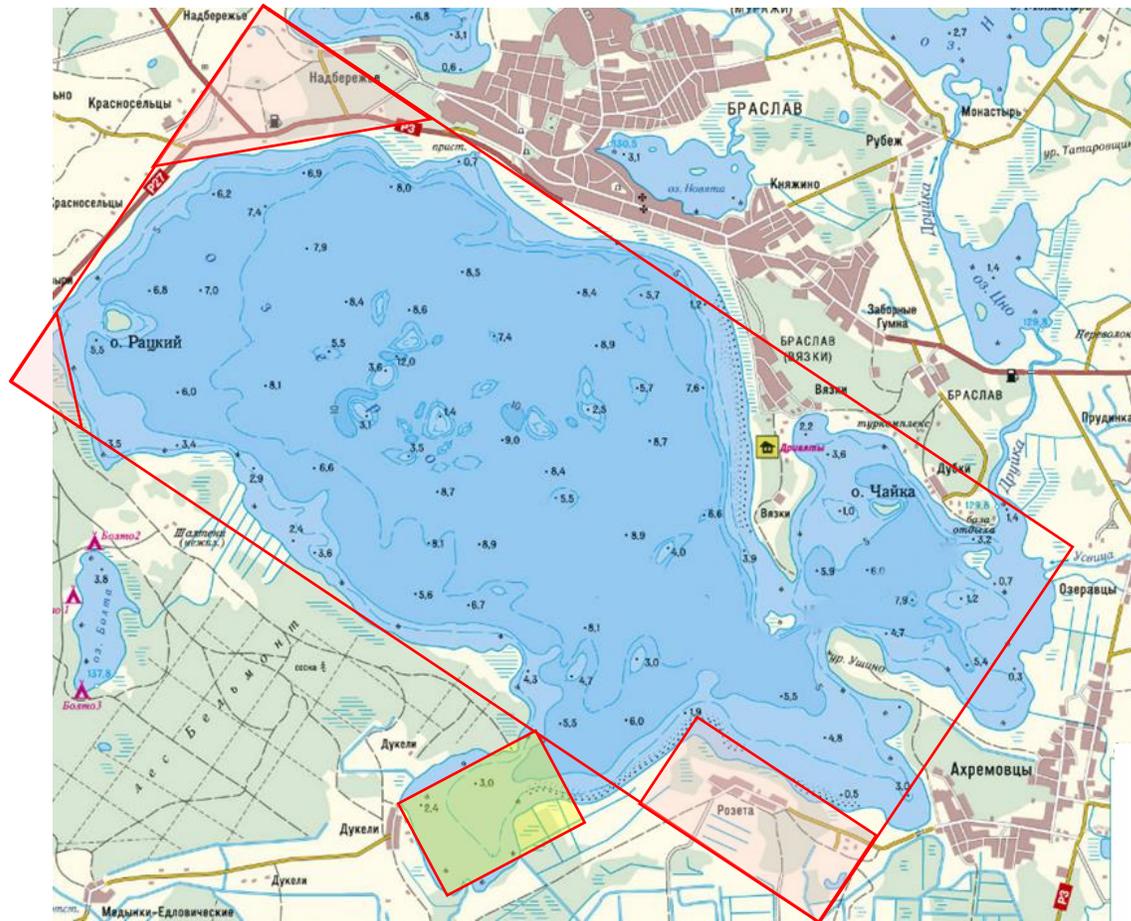
Площади многоугольников.8 класс



Дривяты (36км²)?
Снуды (22км²)?
Струсто(13км²)?



Площади многоугольников. 8 класс



Озеро Дриваты

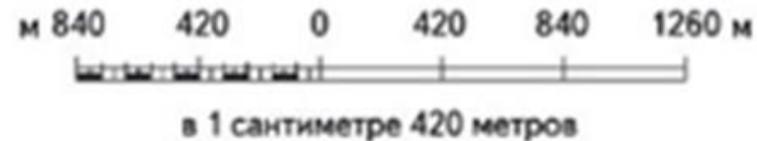


Внутренний водоем острова Чайка



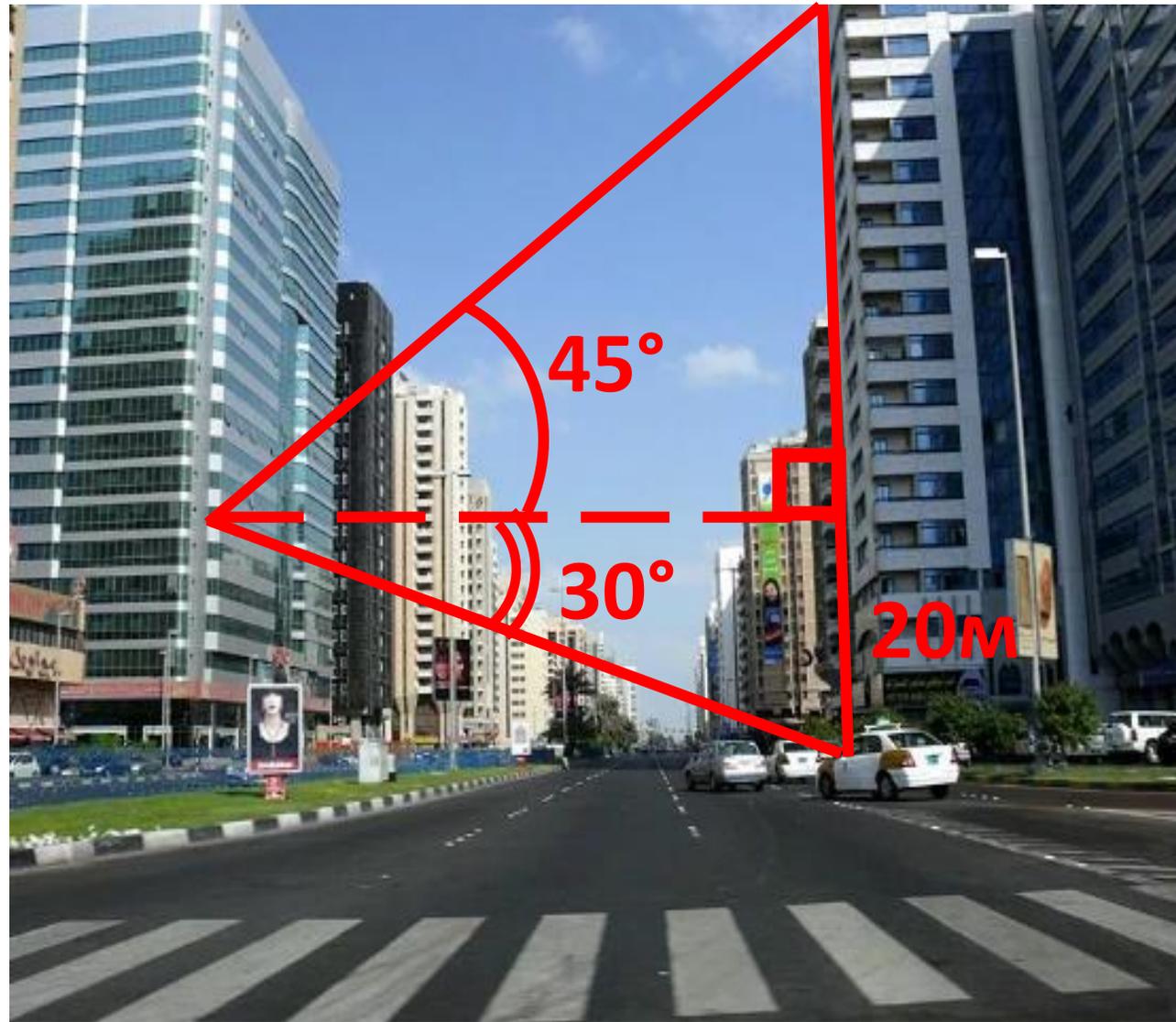
Озеро Волос Северный

Дриваты (36км²)

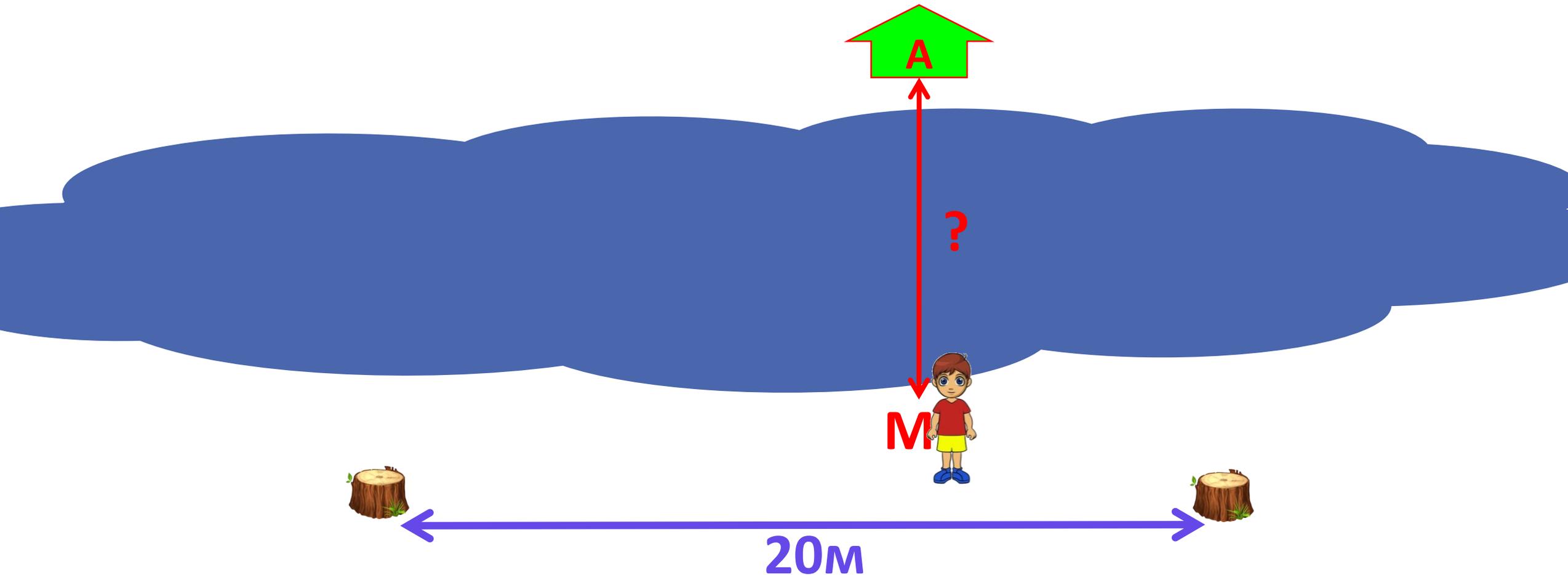


Решение прямоугольного треугольника. 9 класс

Из окна, расположенного на высоте 20 м над поверхностью земли, нижний край дома, расположенного на противоположной стороне улицы, виден под углом понижения 30° , а крыша дома – под углом повышения 45° .
Найдите ширину улицы и высоту дома на противоположной её стороне.

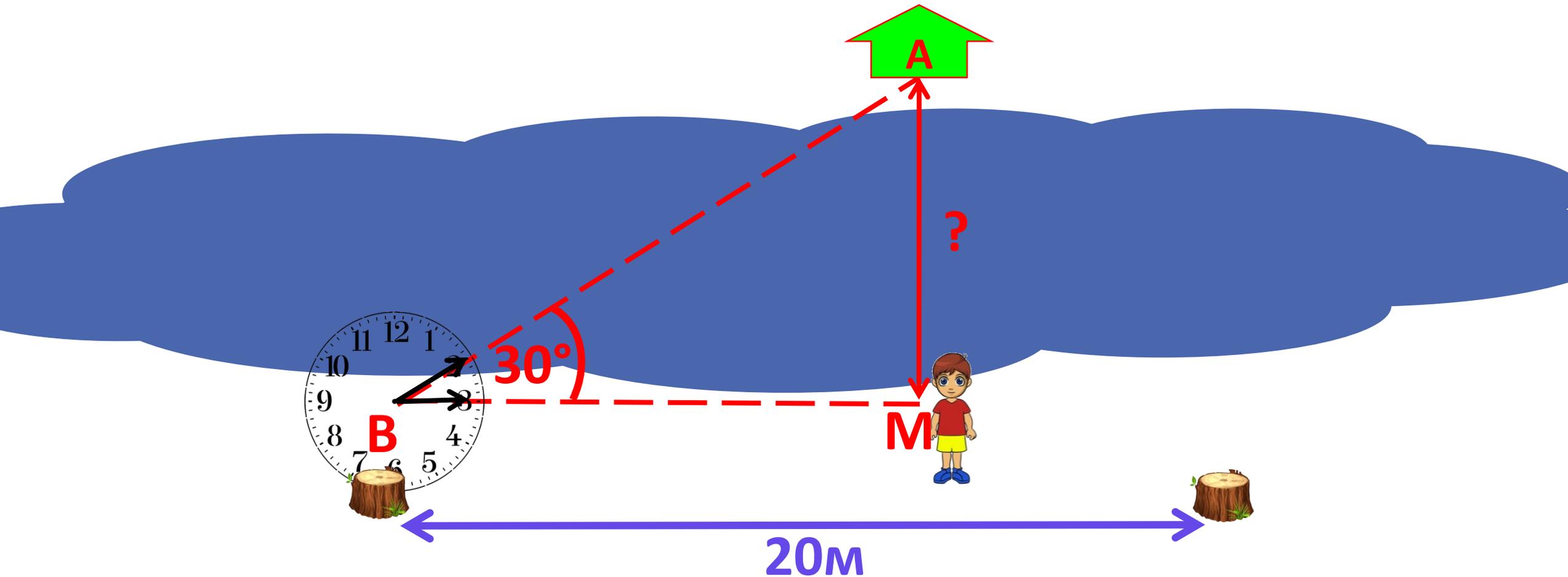


Решение треугольников. 9 класс



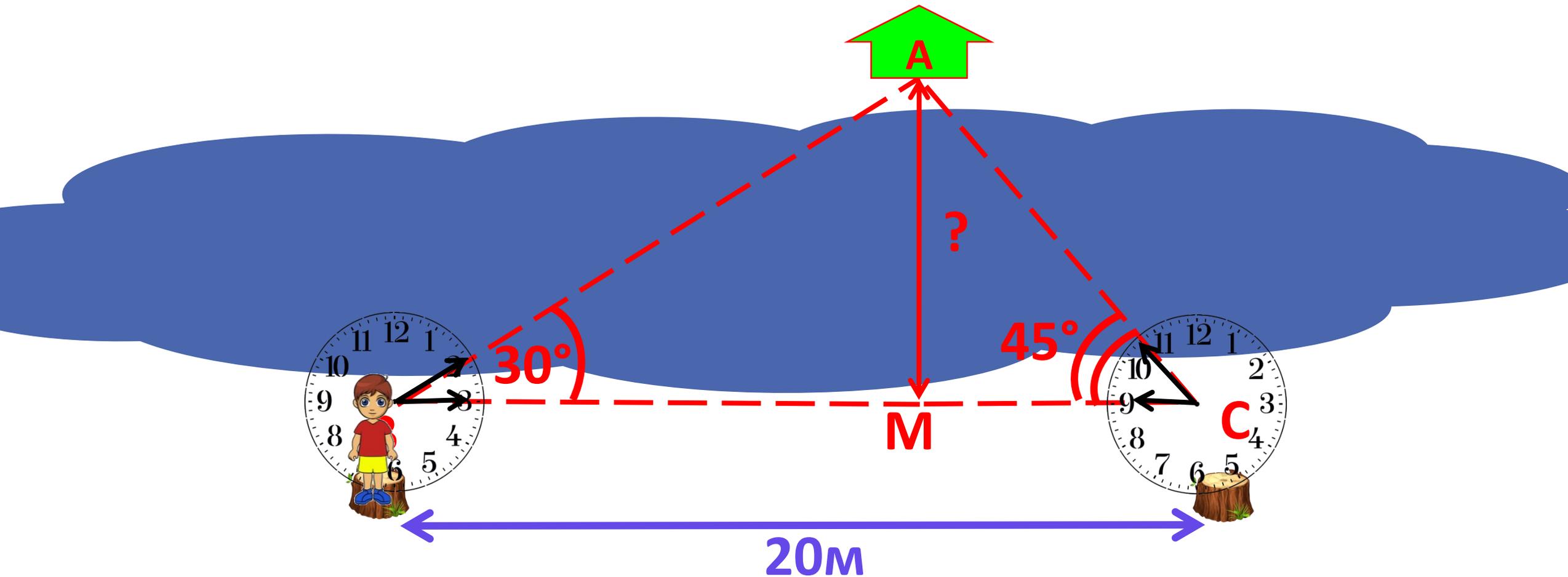
Миша собирается перепрыгнуть небольшой водоем. Но сначала осторожный Миша решил определить расстояние до другого берега. Для этого он измерил расстояние между двумя пеньками (20м), находящимися на одном берегу.

Решение треугольников. 9 класс



Затем Миша измерил, углы под которыми видна пристань на другом берегу, находясь сначала возле одного пенька (30°), ...

Решение треугольников. 9 класс



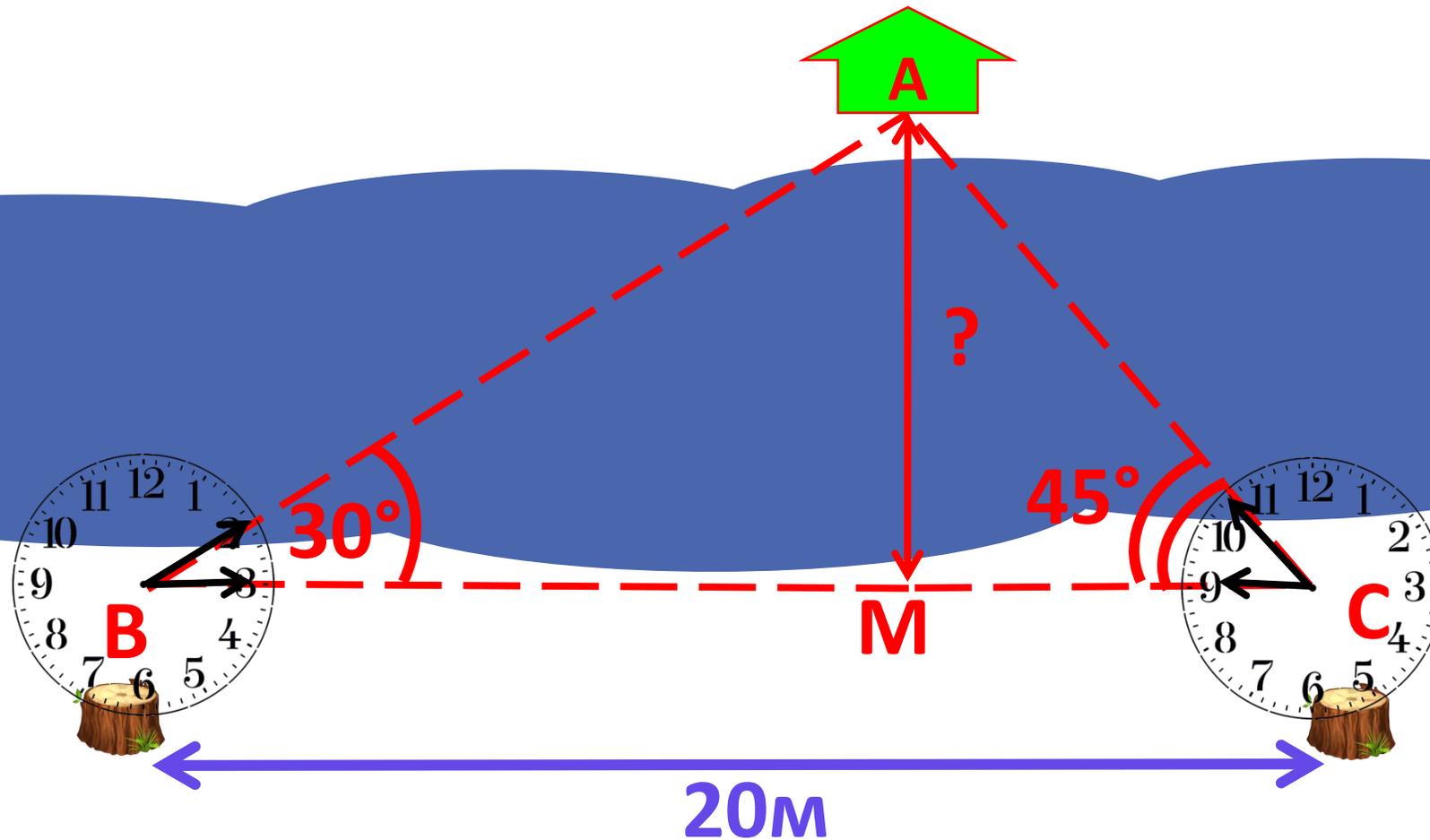
Затем Миша измерил, углы под которыми видна пристать на другом берегу, находясь сначала возле одного пенька (30°), а затем возле второго (45°).

Решение треугольников. 9 класс

Майк Пауэл



8,95 м 1991г



Сможет ли Миша по этим данным рассчитать расстояние до другого берега?

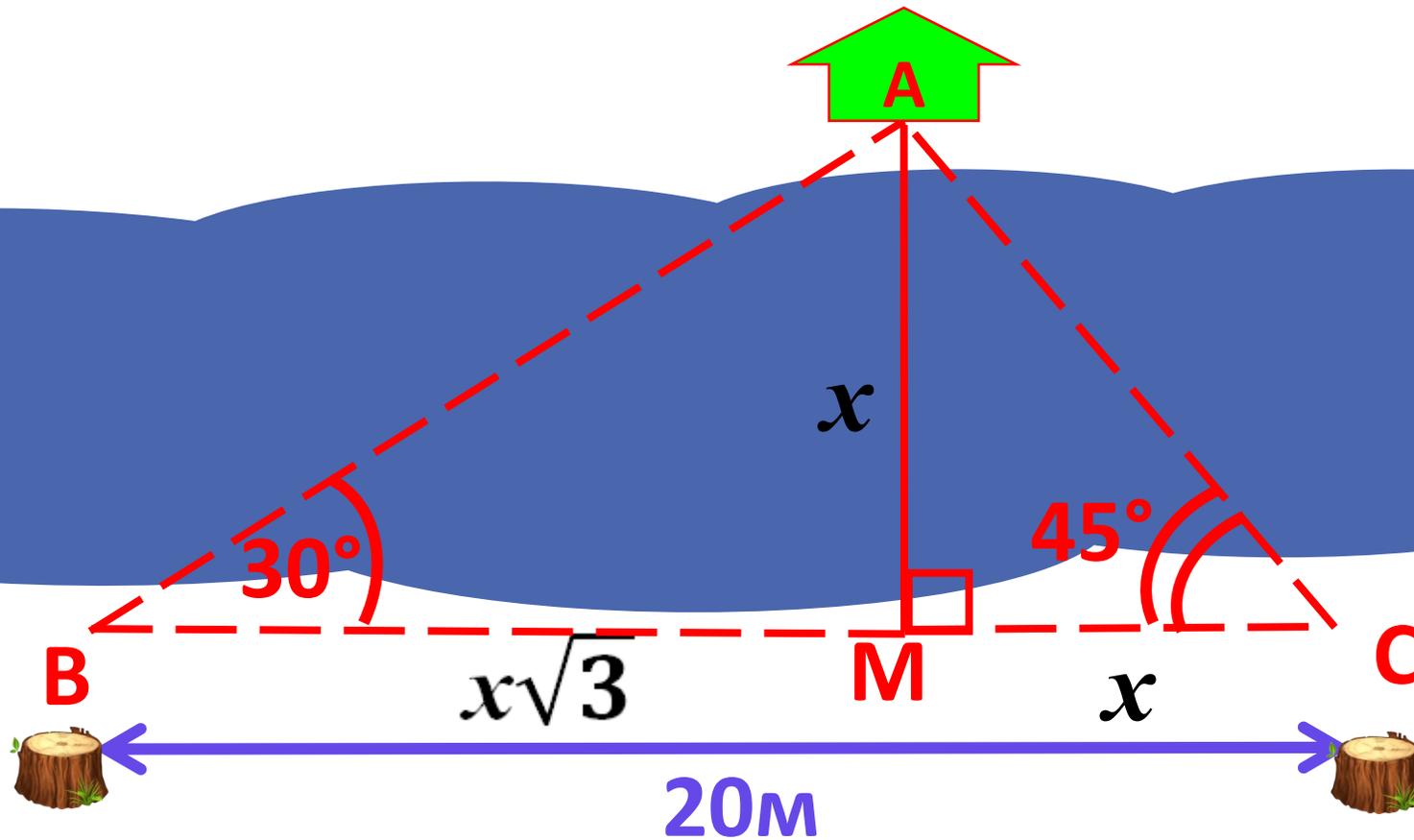
Сможет ли чемпион мира по прыжкам в длину Майк Пауэл перепрыгнуть этот водоем?

Решение треугольников. 9 класс

Майк Пауэл



8,95 м 1991г



$$x\sqrt{3} + x = 20; x = 10(\sqrt{3} - 1) \approx 7,3(\text{м})$$

Ответ: Майк Пауэл
перепрыгнет

В блинной продаются блины различного диаметра – 20 и 40 см – и одинаковой толщины. Блин можно взять с собой. В этом случае он будет упакован в коробку.

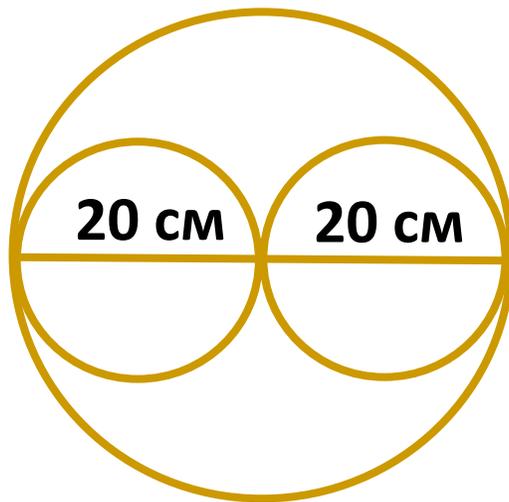
1) Катя считает, что большой блин по размеру равен двум маленьким блинам. Согласны ли вы с Катей? Приведите свои аргументы.



В блинной продаются блины различного диаметра - 20 и 40 см - и одинаковой толщины. Блин можно взять с собой. В этом случае он будет упакован в коробку.

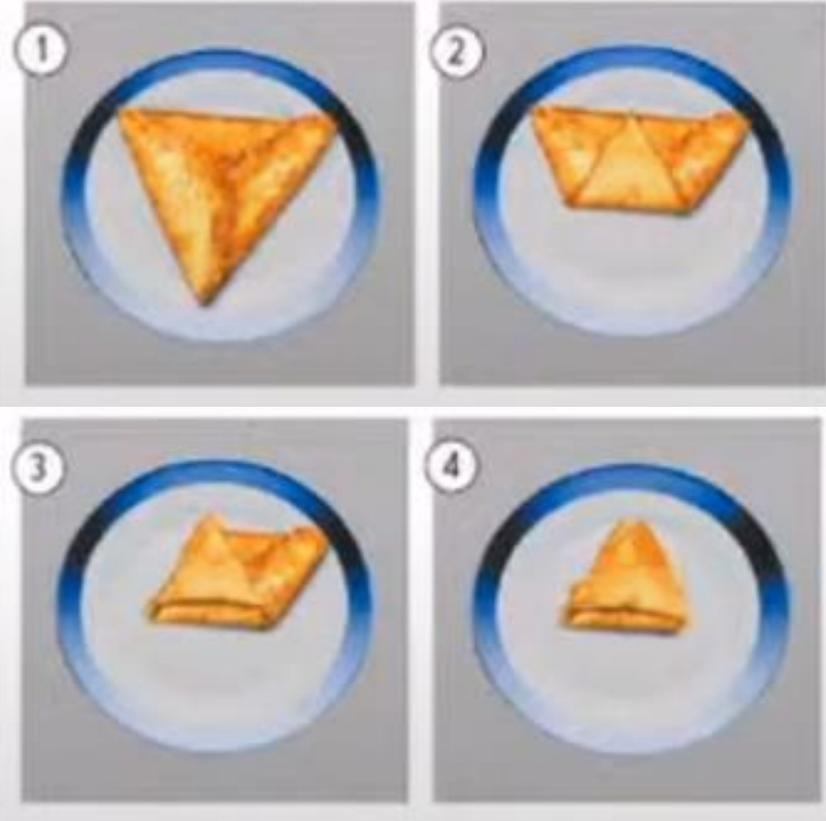
1) Катя считает, что большой блин по размеру равен двум маленьким блинам. Согласны ли вы с Катей? Приведите свои аргументы.

Ответ. Нет, не согласны. Так как площадь блинов будет отличаться в 4 раза.



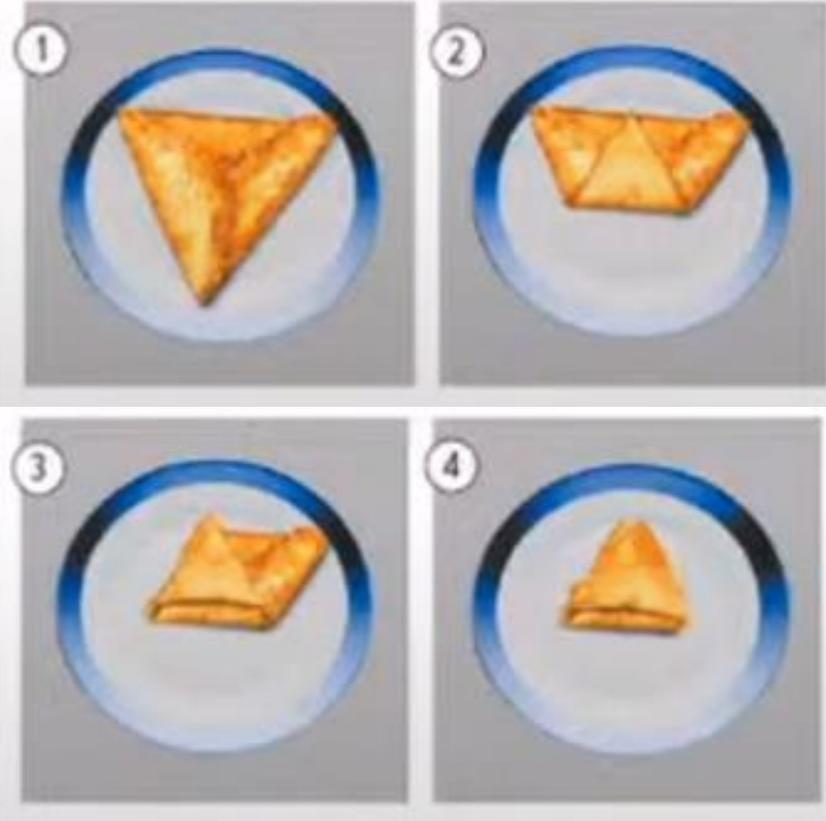
**Площадь круга.
6,9 класс**

2) Блин диаметром 40 см сворачивают как показано на рисунке, чтобы упаковать в коробку треугольной формы. Каковы минимальные длины сторон такой коробки?



**Вписанная и описанная
окружность треугольника.
9 класс**

2) Блин диаметром 40 см сворачивают как показано на рисунке, чтобы упаковать в коробку треугольной формы. Каковы минимальные длины сторон такой коробки?



1 шаг. Получаем равносторонний треугольник ACD . AB – высота.
 2 шаг. Вершина A совпадает с серединой B . Линия сгиба – KM – средняя линия треугольника ACD .
 3 шаг. Ромб со стороной равной половине треугольника ACD .
 4 шаг. Равносторонний треугольник KMB , сторона KM которого в 2 раза меньше стороны треугольника ACD .



$$AO = R = 20 \text{ см.}$$

$$AC = R\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \text{ см}$$

$$KM = 10\sqrt{3} \text{ см} \approx 17,3 \text{ см}$$

Ответ: 17,3 см.

Объемы тел вращения. 11 класс

Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?

Ответ: нет



Квадратные неравенства. 9 класс

Если достаточно быстро вращать ведерко с водой в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления на дно не остается постоянной — она минимальна в верхней точке и максимальна в нижней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительна во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равна нулю.



В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$$P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right),$$

m — масса ведра, *v* — скорость вращения, *L* — длина веревки, $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

С какой наименьшей скоростью нужно вращать ведерко, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см?

Решение.

Задача сводится к решению
квадратного неравенства

$$P \geq 0$$



$$m \left(\frac{v^2}{L} - g \right) \geq 0$$

$$\left(\frac{v^2}{0,4} - 10 \right) \geq 0$$

$$v^2 \geq 4$$

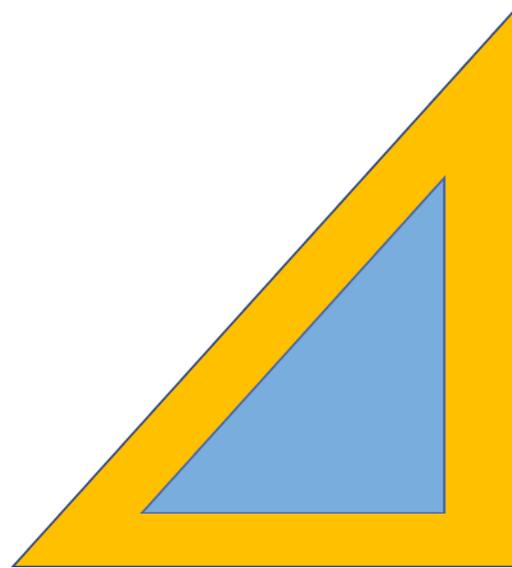
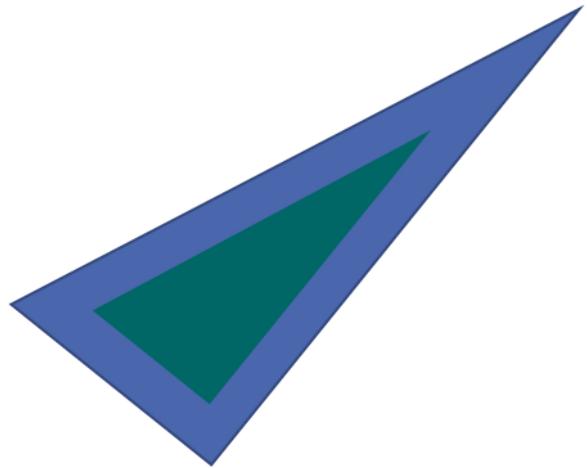
$$v \geq 2$$

Время одного оборота:

$$2\pi R : v \approx 3 \cdot 0,4 = 2,4 \text{ (с)}$$

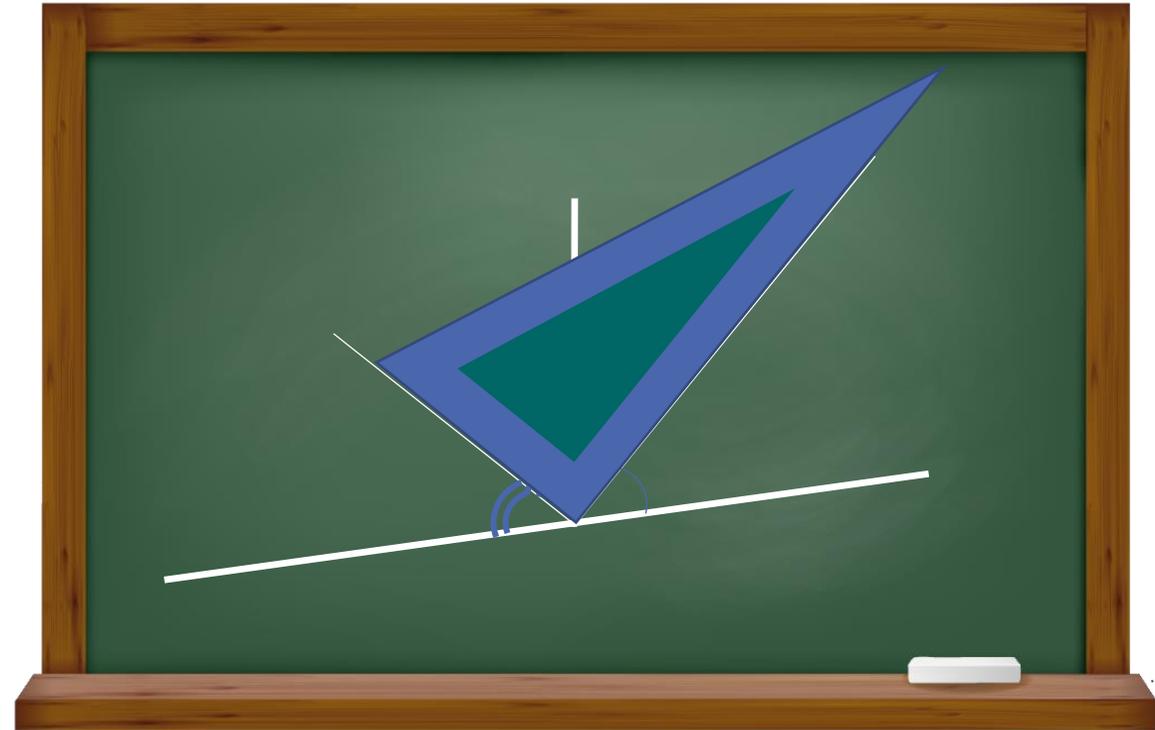
Ответ: 2 м/с

Практические задачи: «Как это сделать?»



Свойство биссектрис смежных углов. 7 класс

Учитель приготовил к уроку рисунок на доске: смежные углы и биссектрисы этих углов. Ученик Вася стер одну из биссектрис и транспортир спрятал. Остался только угольник. Как восстановить стертую биссектрису?



Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. 7 класс

Маша обучается в строительном колледже. На практических занятиях ей поручили просверлить отверстие в центре металлического круга. Чтобы найти центр круга, девушка начертила хорду, затем при помощи рулетки отметила ее середину и, используя угольник, построила перпендикуляр к этой хорде с основанием в середине хорды (рис. 159). Помогите девушке продолжить действия и найти центр круга.

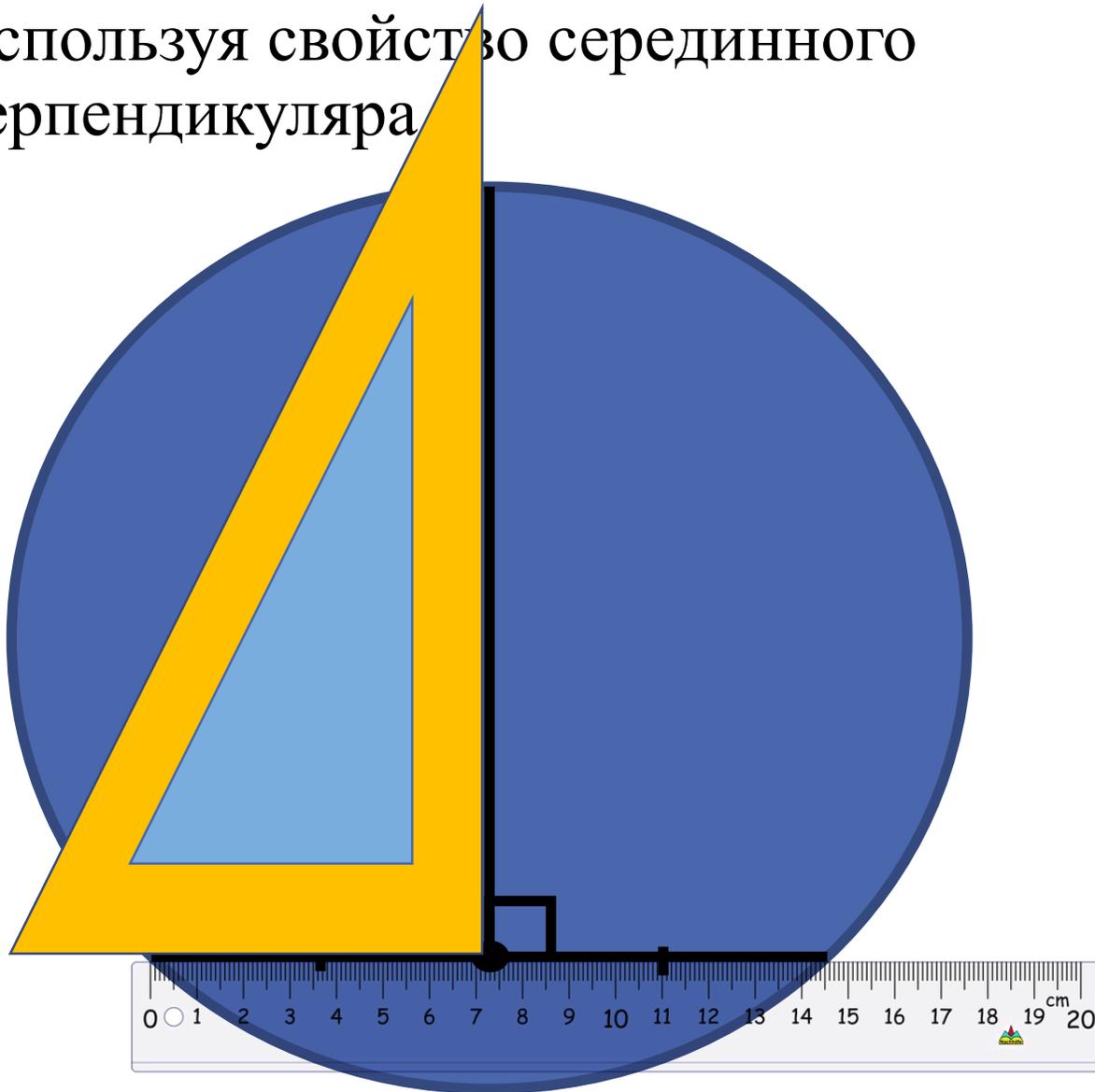
Составьте математическую модель задания, которая объясняет действия Маши и доказывает правильность выбранного алгоритма.



Рис. 159

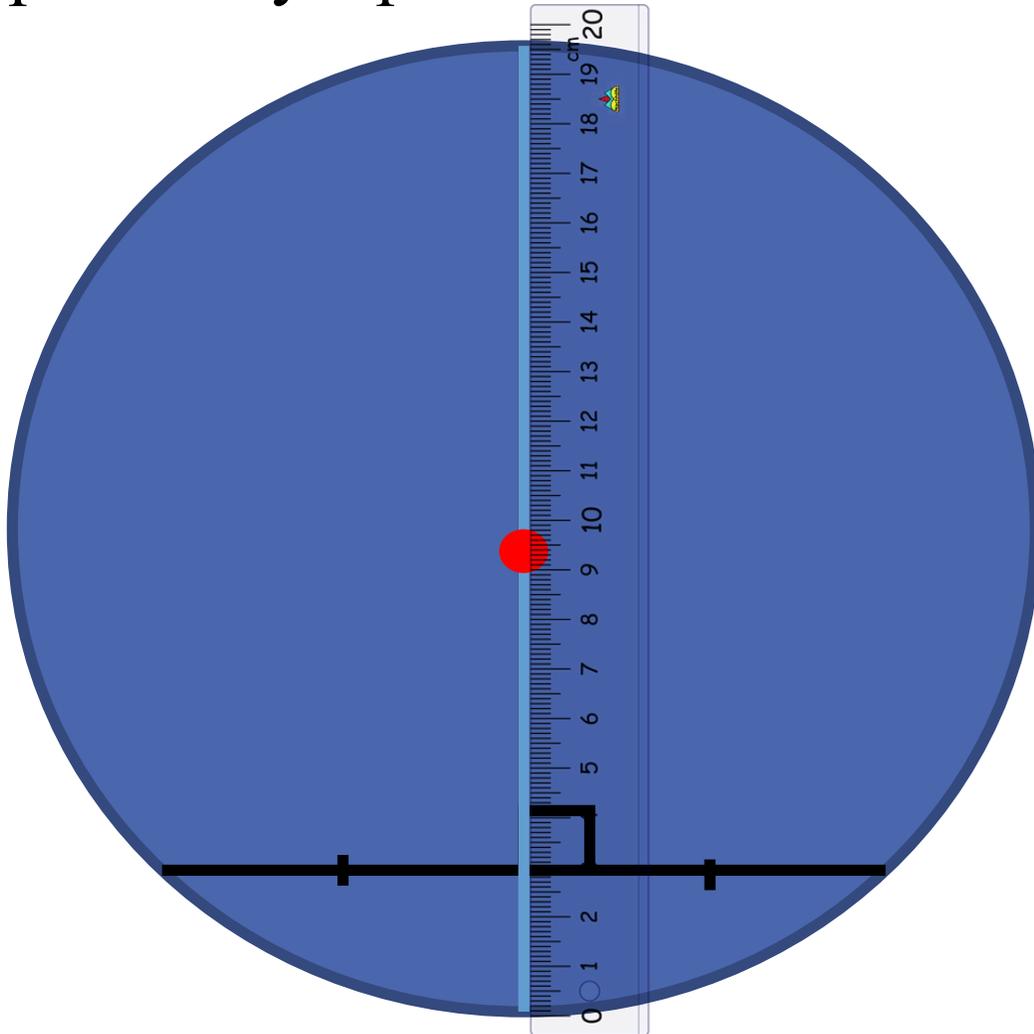
Нахождение центра круга с помощью угольника и рулетки

Используя свойство серединного перпендикуляра



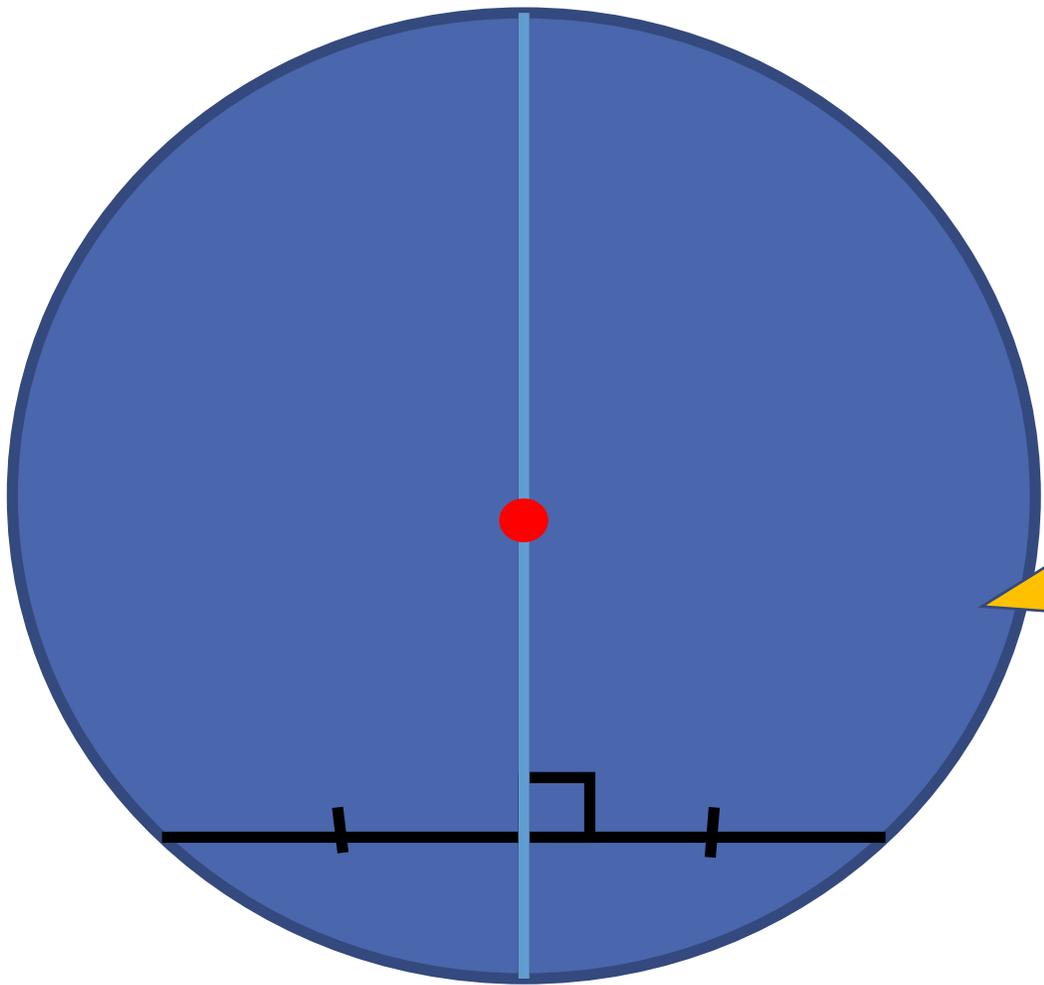
Нахождение центра круга с помощью угольника и рулетки

Используя свойство серединного перпендикуляра

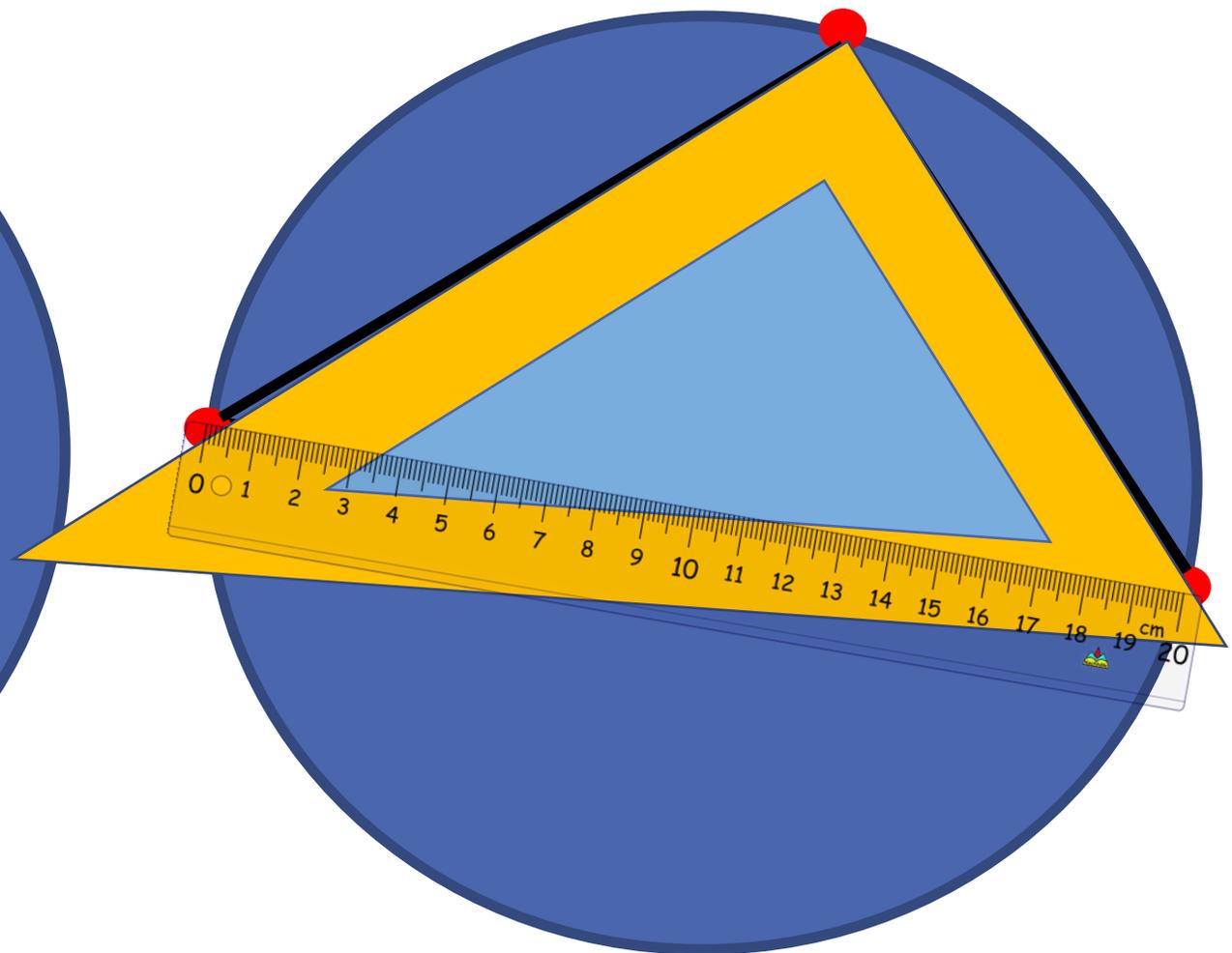


Нахождение центра круга с помощью угольника и рулетки

Используя свойство серединного перпендикуляра

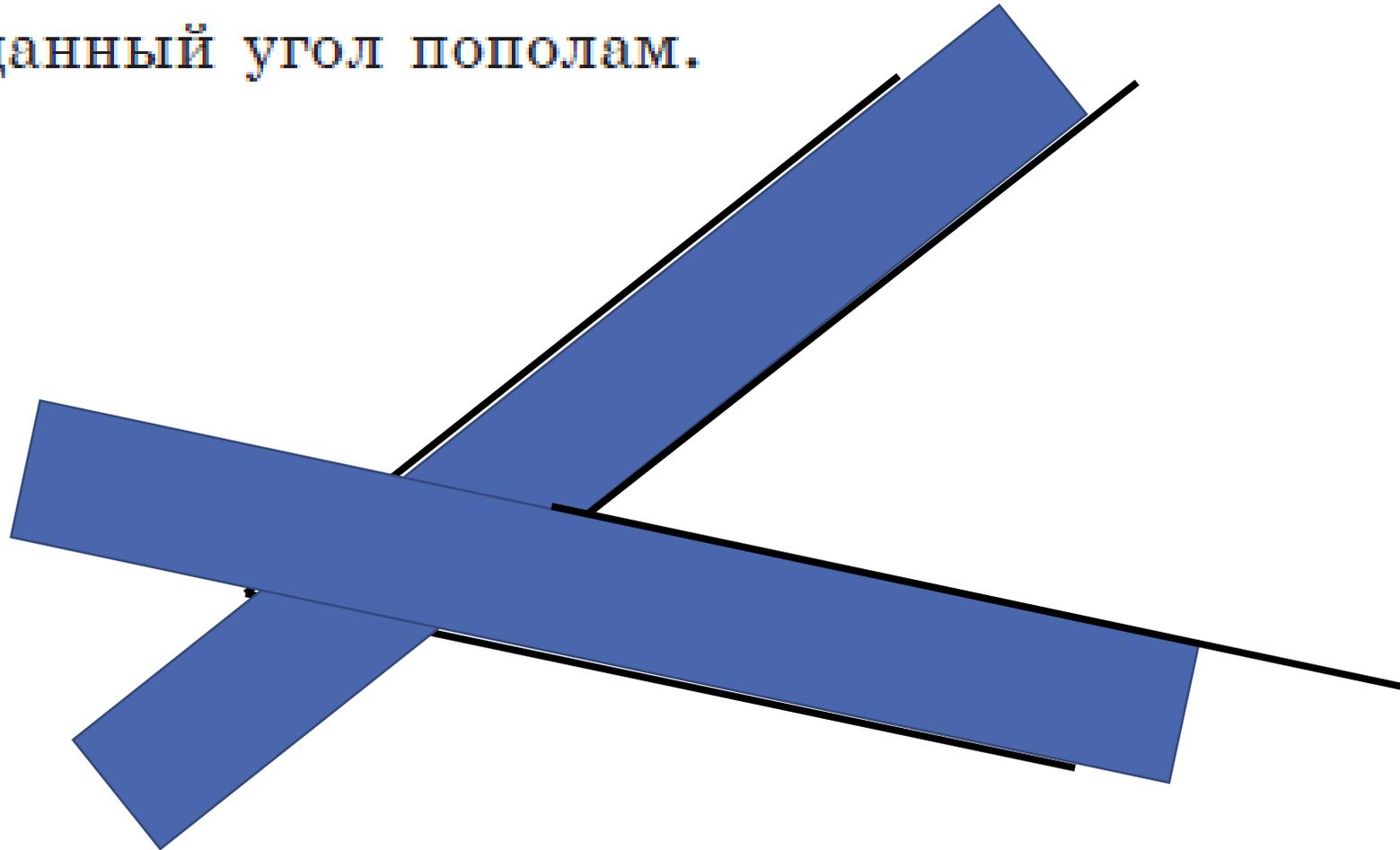


Используя свойство медианы прямоугольного треугольника



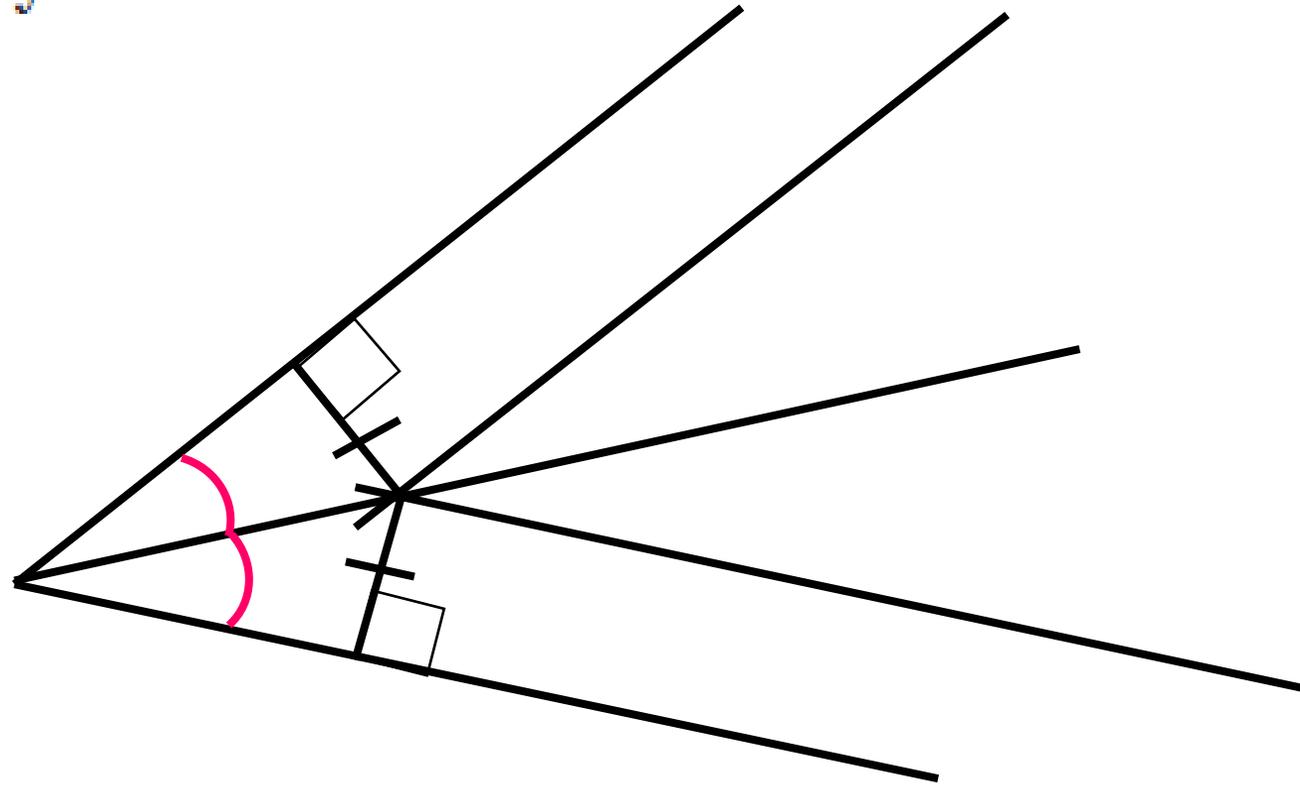
Расстояние между параллельными прямыми. 7 класс

254*. При помощи линейки с параллельными краями разделите данный угол пополам.



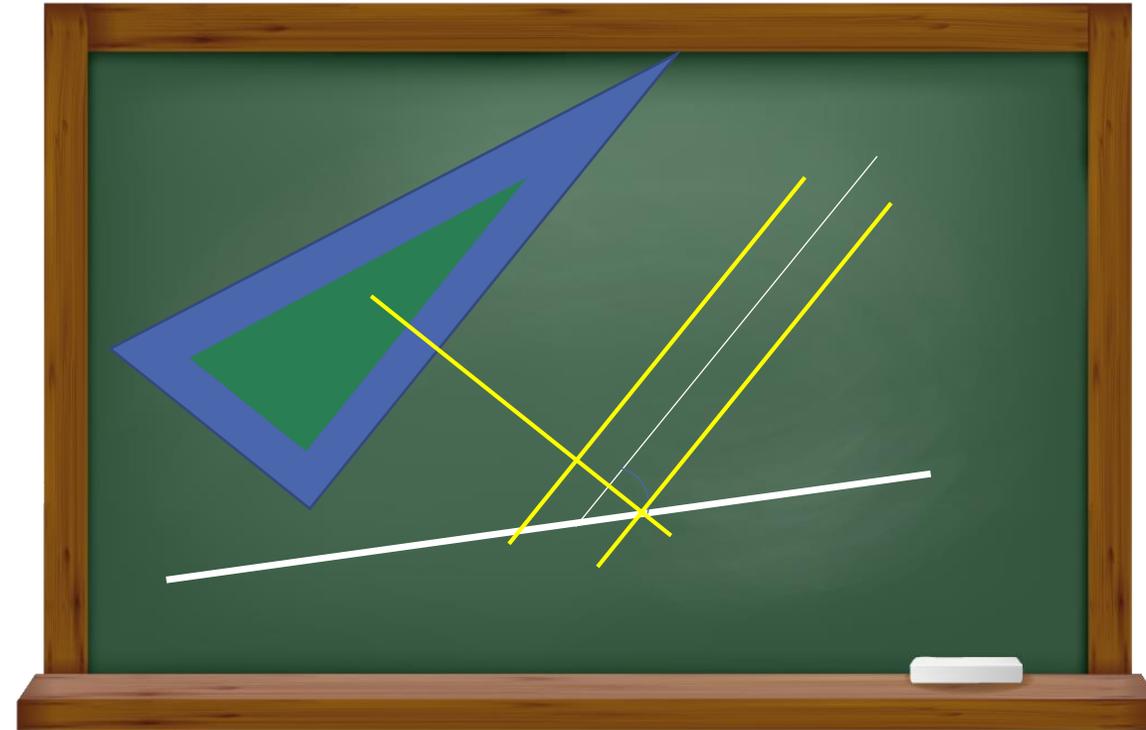
Расстояние между параллельными прямыми. 7 класс

254*. При помощи линейки с параллельными краями разделите данный угол пополам.



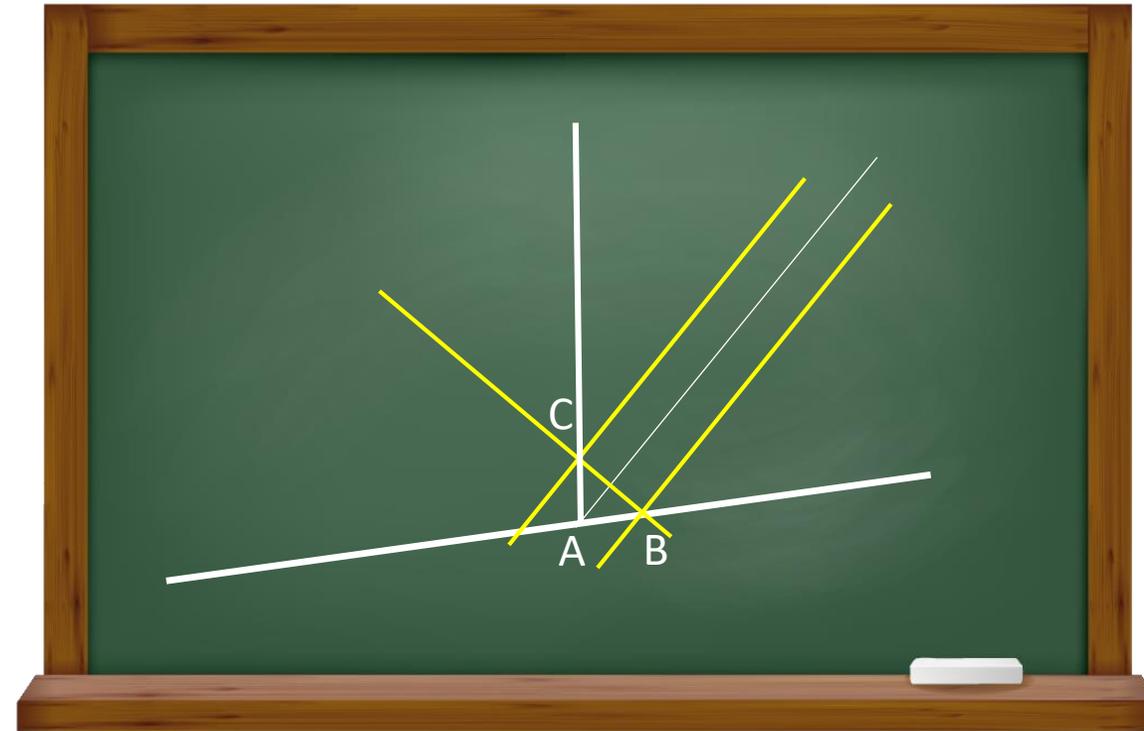
Свойство равнобедренного треугольника. 7 класс

Учитель приготовил к уроку рисунок на доске: смежные углы и биссектрисы этих углов. Ученик Вася стер одну из биссектрис, общую сторону смежных углов и транспортир спрятал. Остался только угольник. Как восстановить общую сторону углов?



Свойство равнобедренного треугольника. 7 класс

Учитель приготовил к уроку рисунок на доске: смежные углы и биссектрисы этих углов. Ученик Вася стер одну из биссектрис, общую сторону смежных углов и транспортир спрятал. Остался только угольник. Как восстановить стертую общую сторону углов?



Медиана треугольника. 7 класс

82*. Саша утверждает, что если треугольник ABC разрезать по медиане BM (рис. 123), то из полученных треугольников можно составить новый треугольник. Прав ли Саша? Если да, то изобразите на одном чертеже треугольник ABC и новый составленный треугольник.

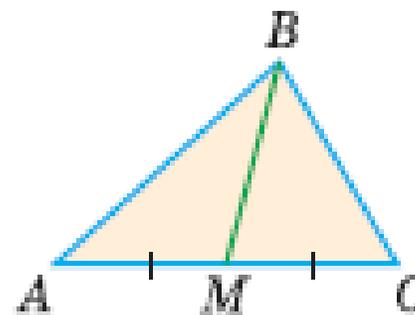
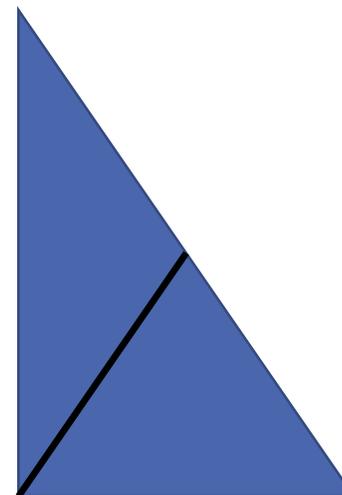
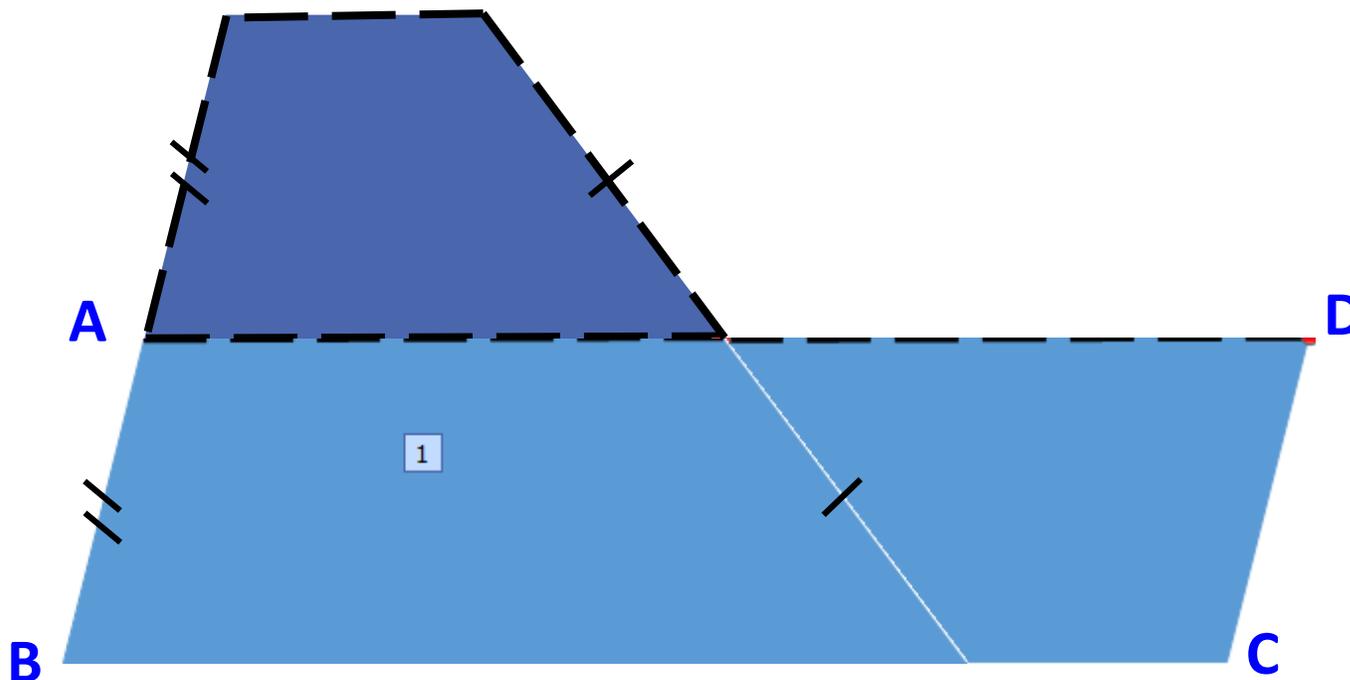


Рис. 123



Площади фигур. 8 класс

Саша утверждает, что можно разрезать любую трапецию на две части так, что после перекладывания получится параллелограмм. А Маша утверждает, что только равнобедренную. Кто прав Саша или Маша?



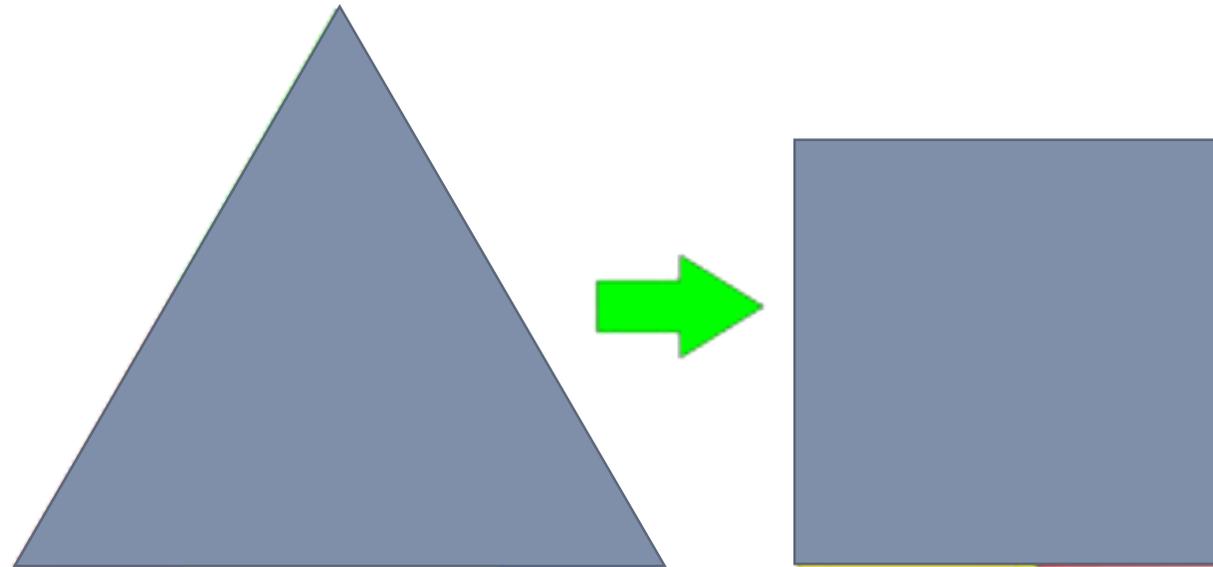
$ABCD$ – параллелограмм

$AB = CD$ (как половины боковой стороны трапеции)

$BC = AD$ (BC – сумма оснований трапеции, AD – удвоенная средняя линия).

Площади фигур. 8 класс

Разрезание Дьюдени.

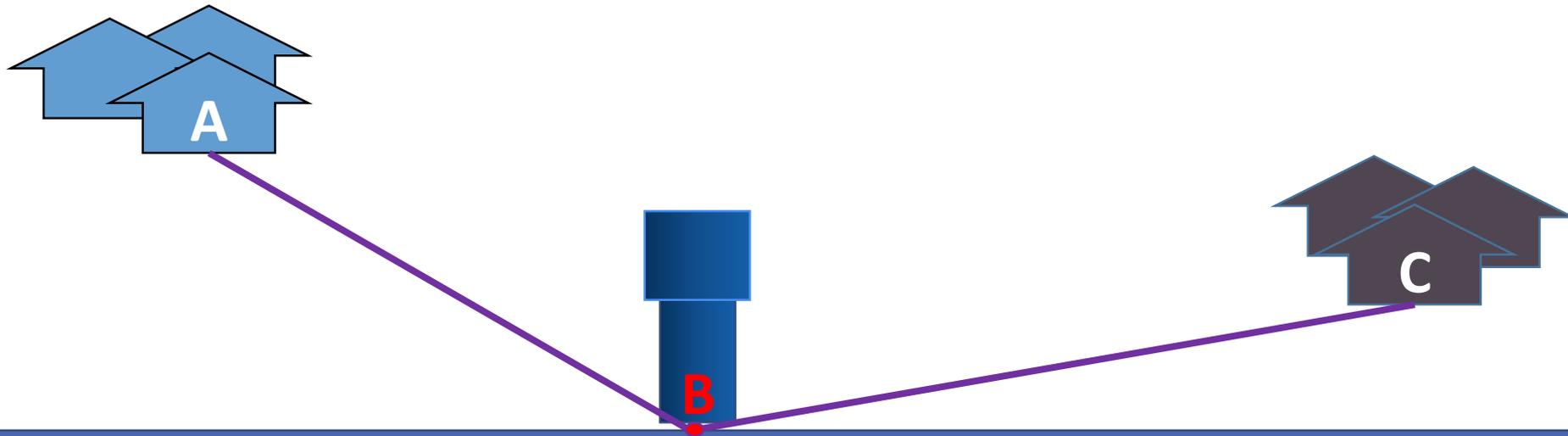


Задачи, требующие построения новой математической модели



7 класс. Неравенство треугольника

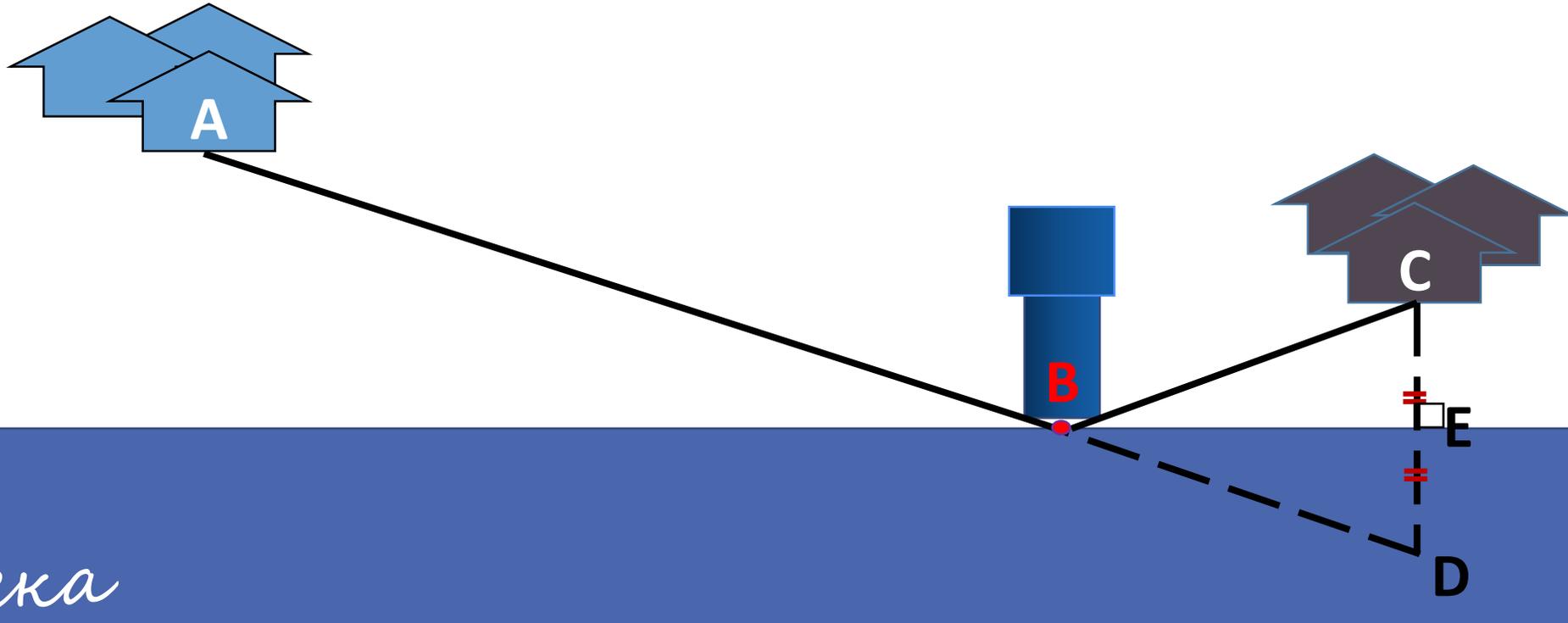
На берегу реки требуется построить водонапорную башню для снабжения водой двух сел так, чтобы общая длина труб от водонапорной башни до обоих сел была наименьшей.



$(AB + BC)$ -
наименьшая

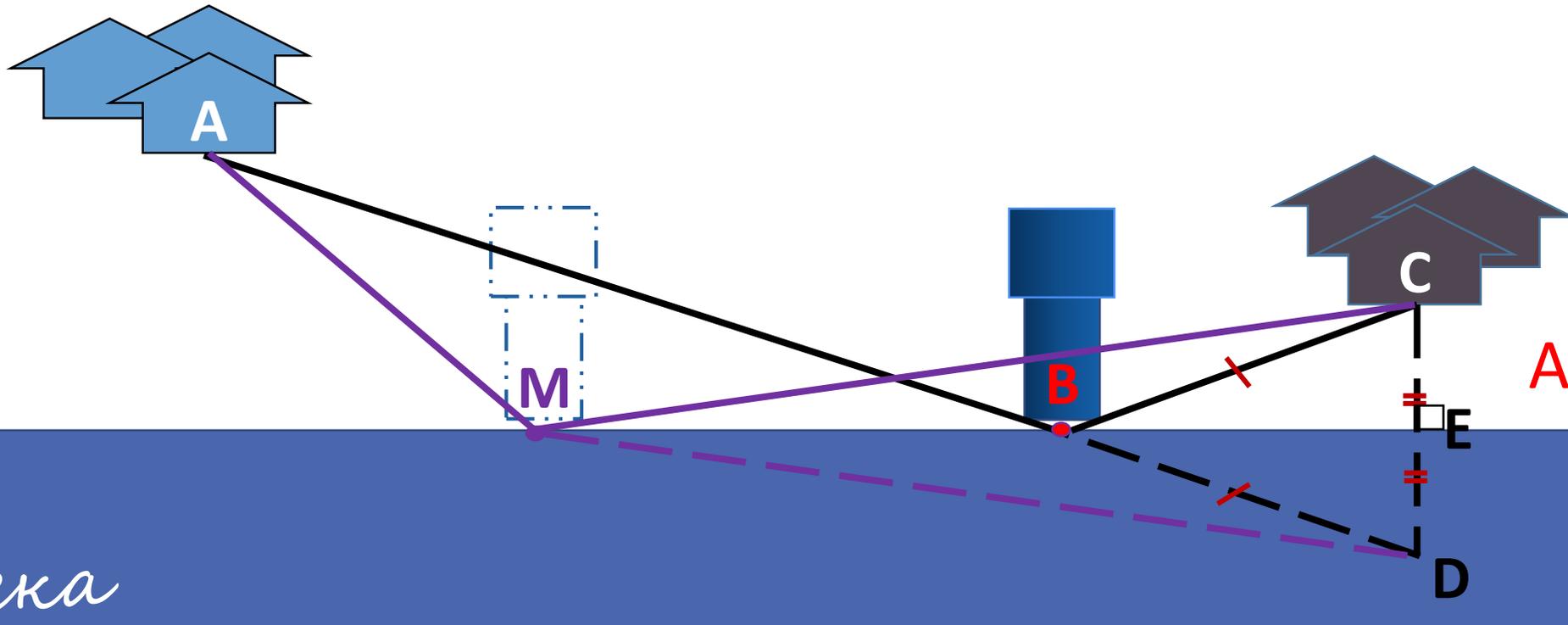
река

7 класс. Неравенство треугольника



$(AB + BC)$ -
наименьшая

7 класс. Неравенство треугольника



$$BC = BD$$

$$AB + BC = AD$$

$$MC = MD$$

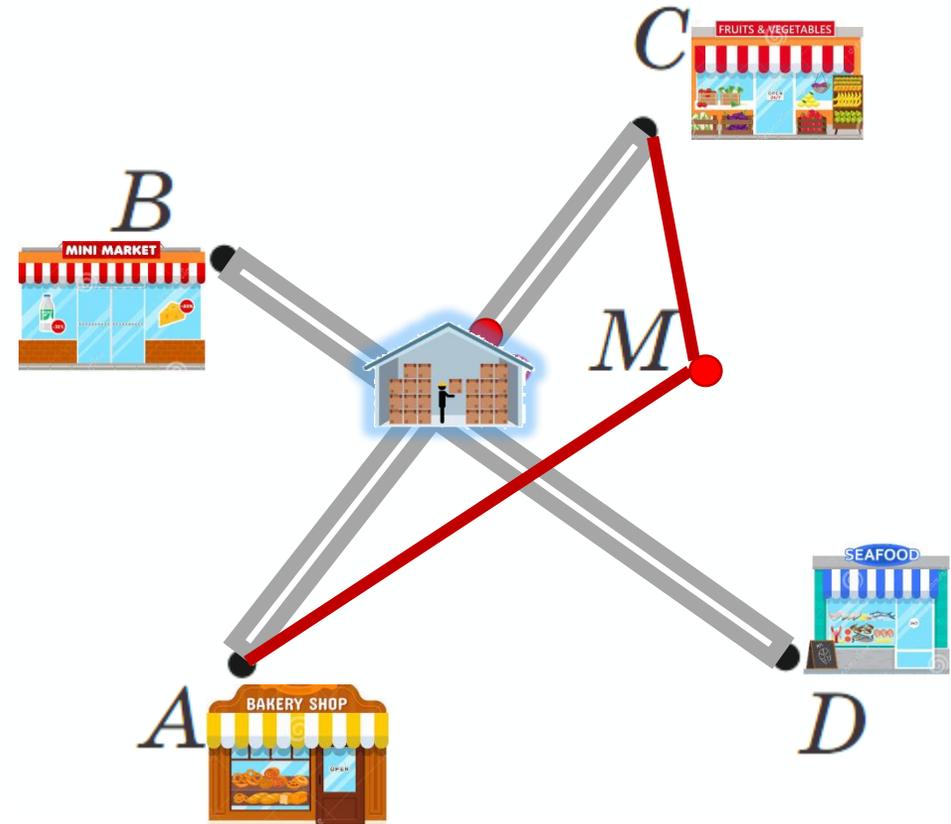
$$B \in \Delta AMD$$

$$AD < AM + MD$$

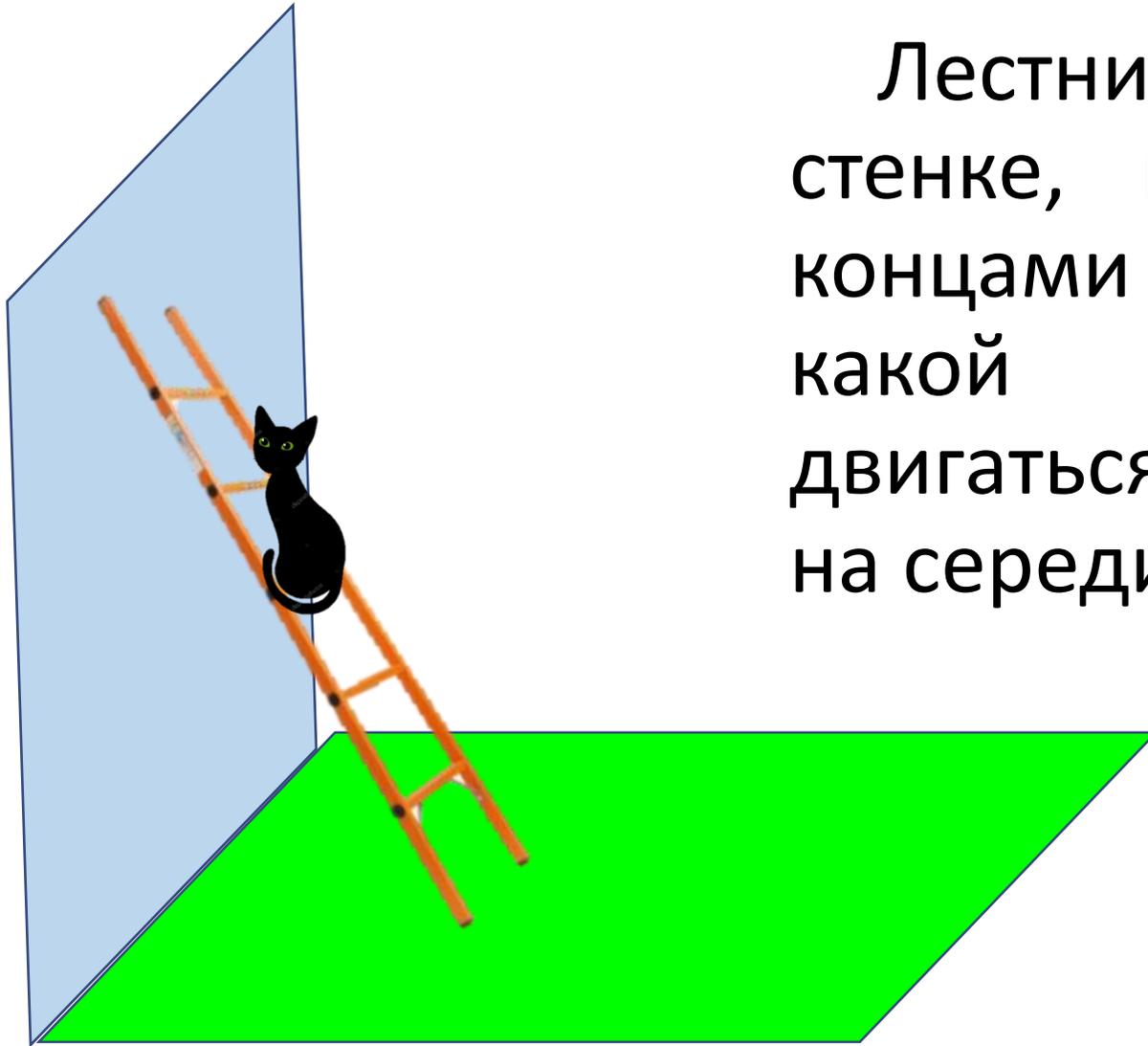
$$AB + BC < AM + MC$$

8 класс. Неравенство треугольника

В точках А, В, С и D
расположены магазины.
Найдите положение точки М,
в которой нужно разместить
склад, чтобы сумма расстояний
до магазинов было
наименьшим.



Свойство медианы прямоугольного треугольника. 7-8 класс



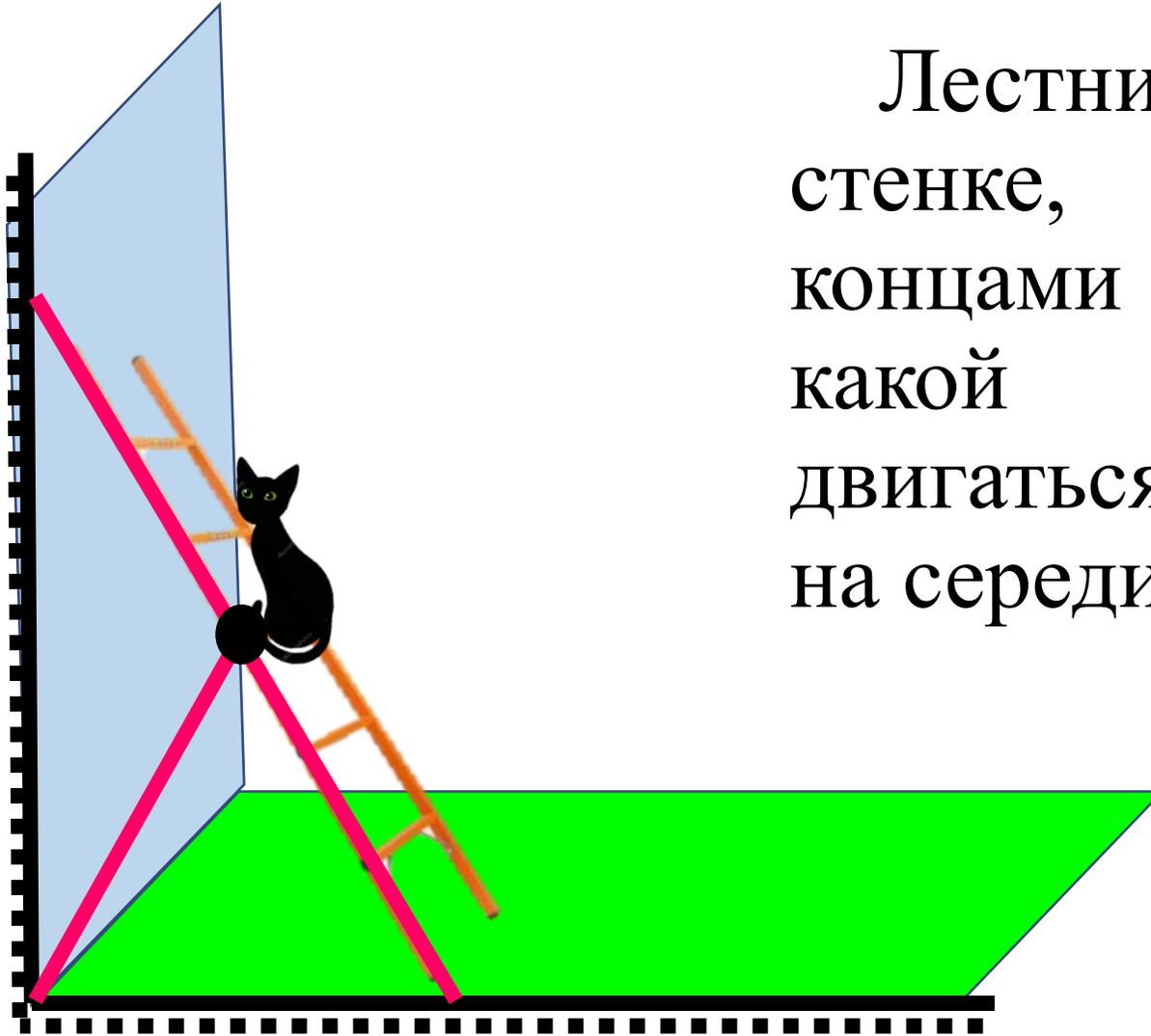
Лестница, приставленная к стенке, начинает скользить концами по полу и стене. По какой траектории будет двигаться котенок, сидящий на середине лестницы?

Свойство медианы прямоугольного треугольника. 7-8 класс



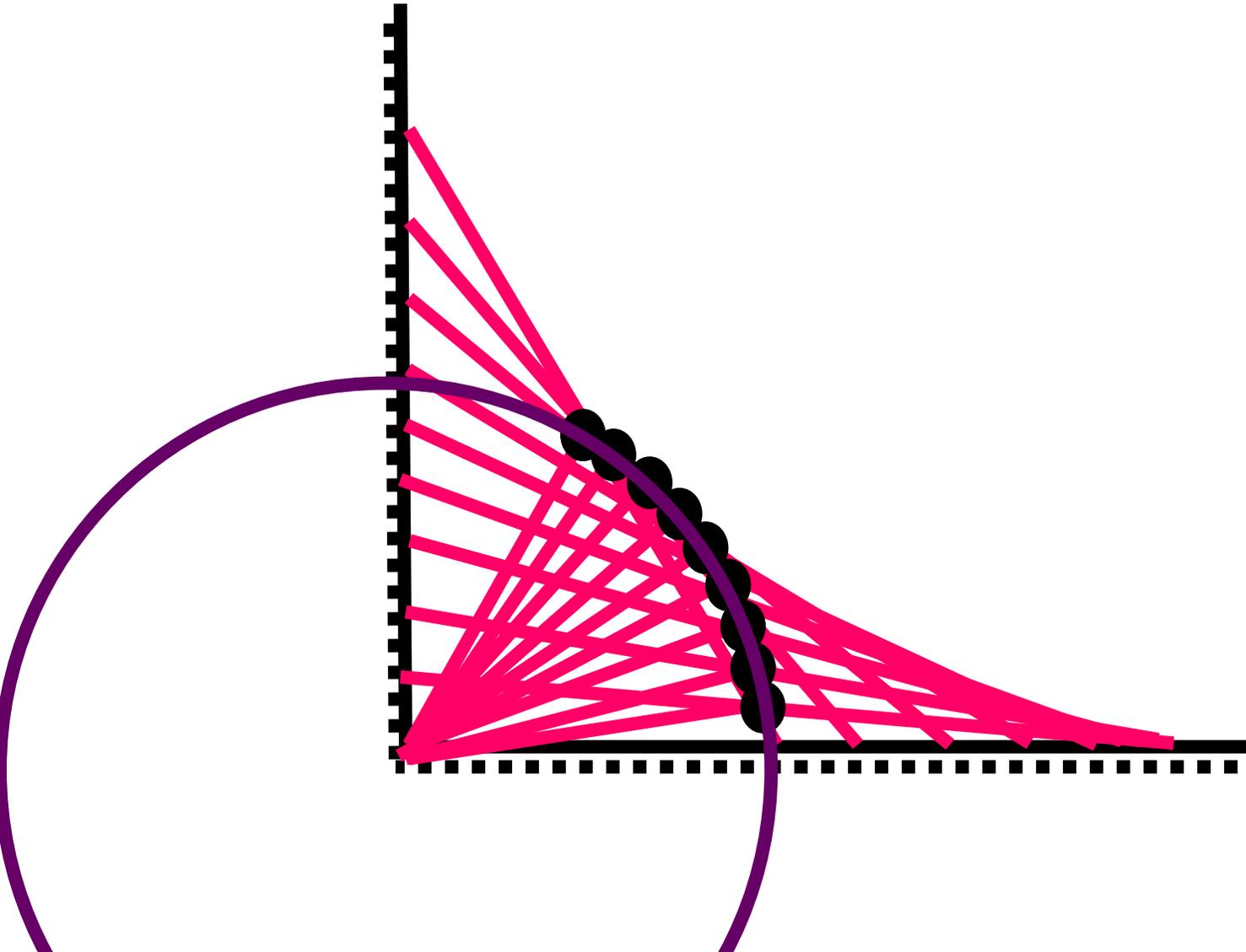
Лестница, приставленная к стенке, начинает скользить концами по полу и стене. По какой траектории будет двигаться котенок, сидящий на середине лестницы?

Свойство медианы прямоугольного треугольника. 7-8 класс



Лестница, приставленная к стенке, начинает скользить концами по полу и стене. По какой траектории будет двигаться котенок, сидящий на середине лестницы?

Свойство медианы прямоугольного треугольника. 7-8 класс



Ответ: по окружности

Длина дуги. 8-9 класс

Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора.

Вопрос 1.

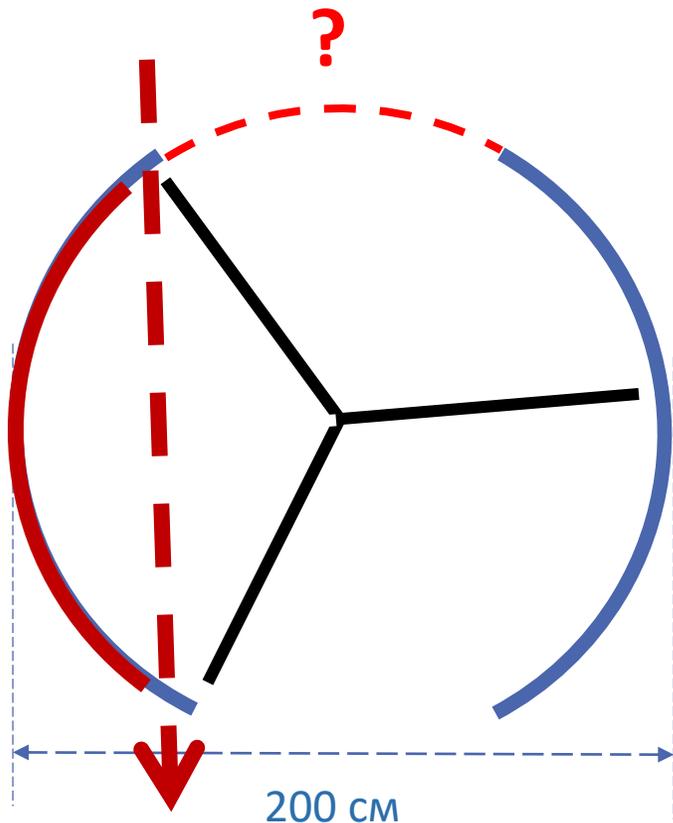
Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками?

Решение.

$$360^\circ : 3 = 120^\circ$$



8-9 класс



Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора.

Вопрос 2. Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Решение.

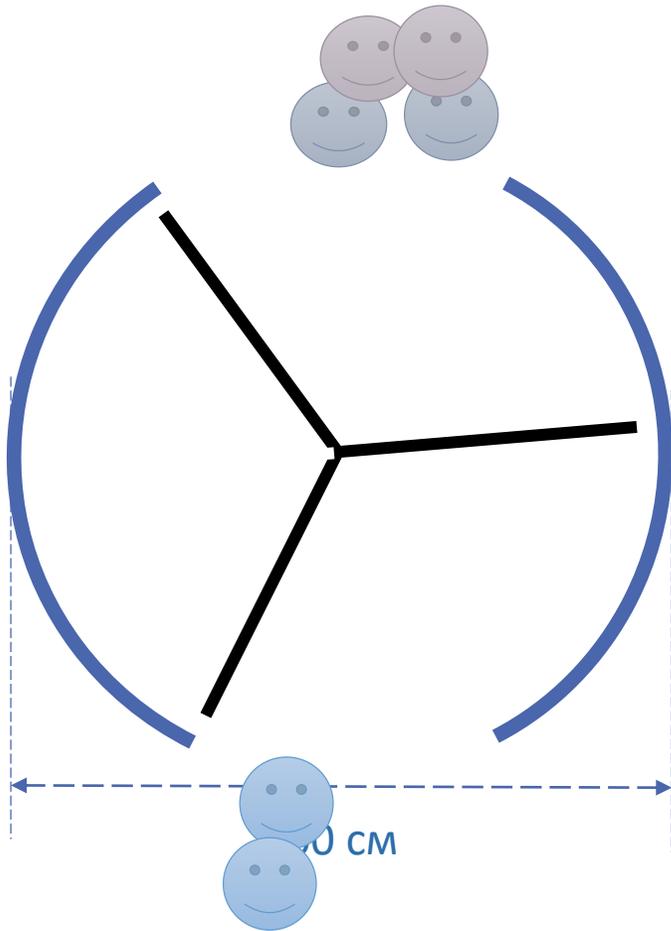
$120^\circ : 2 = 60^\circ$ - градусная мера дуги дверного проема

$200 : 2 = 100$ (см) – радиус кругового пространства

$L = \pi R \alpha : 180^\circ$

$3,14 \cdot 100 \cdot 60^\circ : 180^\circ \approx 105$ (см) – наибольшая длина дуги дверного проема

Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора.



Вопрос 3.

Дверь делает 4 полных оборота за минуту. В каждом из трёх секторов двери могут поместиться максимально 2 человека. Какое наибольшее число людей может войти в здание через эту дверь за 30 минут?

Решение.

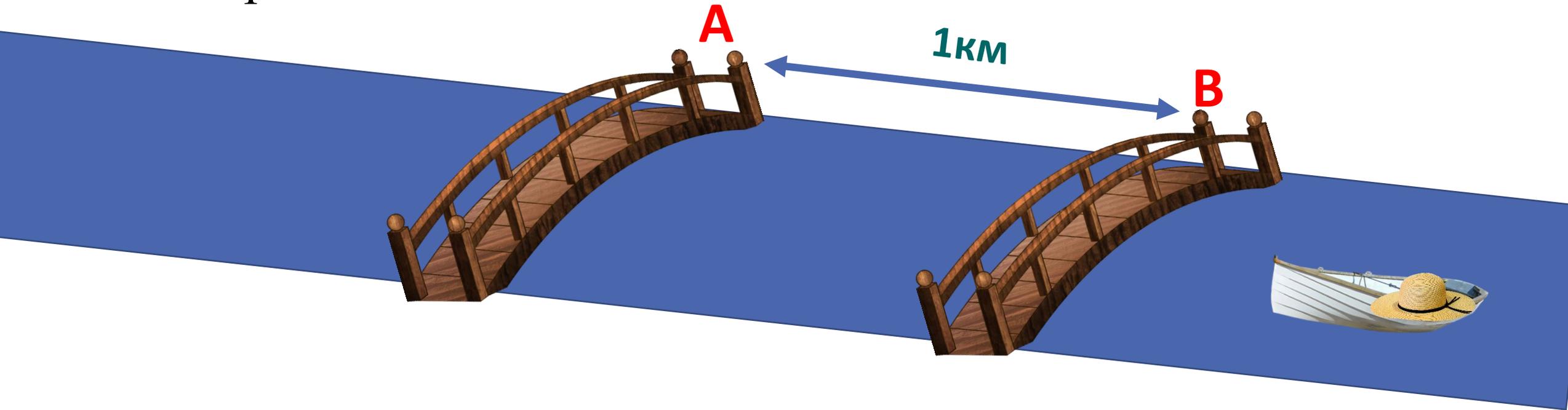
$2 \cdot 3 = 6$ – человек одновременно проходят через вращающуюся дверь за один оборот

$30 \cdot 4 = 120$ – оборотов делает дверь за 30 минут

$120 \cdot 6 = 720$ – человек за 30 минут

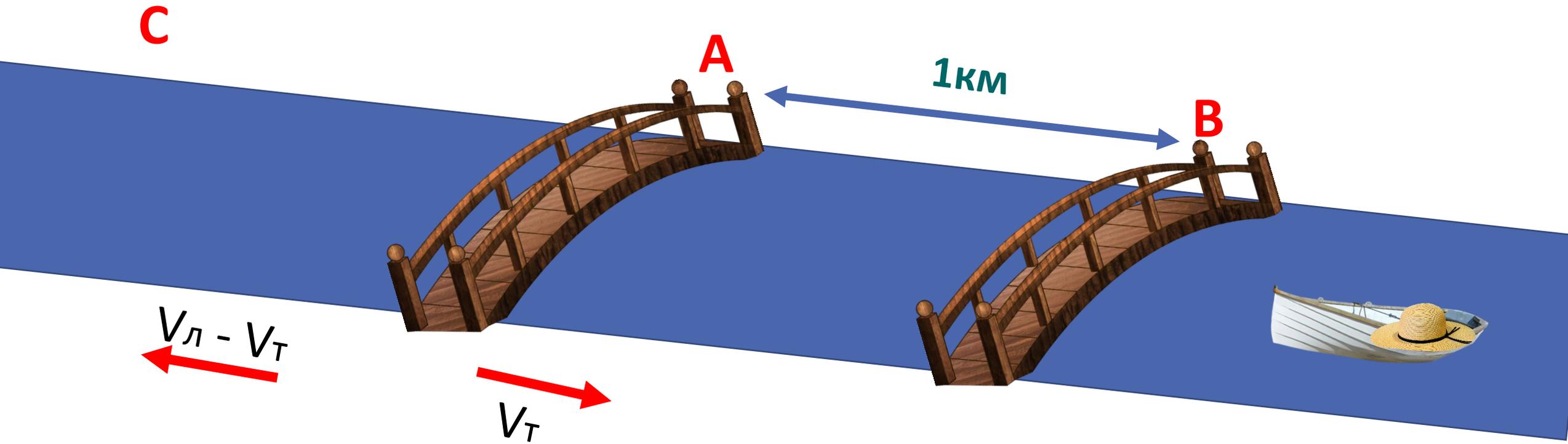
6-7 класс. Задачи на движение

Лодка движется по реке против её течения. В тот момент, когда она была под мостом А, с неё уронили шляпу, а через 15 минут пропажу обнаружили, лодка развернулась и догнала шляпу под мостом В. Найдите скорость течения, если расстояния между мостами равно 1 км.



Движение лодки против течения

$$V_{\text{удал}} = (V_{\text{л}} - V_{\text{т}}) + V_{\text{т}} = V_{\text{л}}$$



Движение лодки по течению

$$V_{\text{удал}} = (V_{\text{л}} - V_{\text{т}}) + V_{\text{т}} = V_{\text{л}}$$

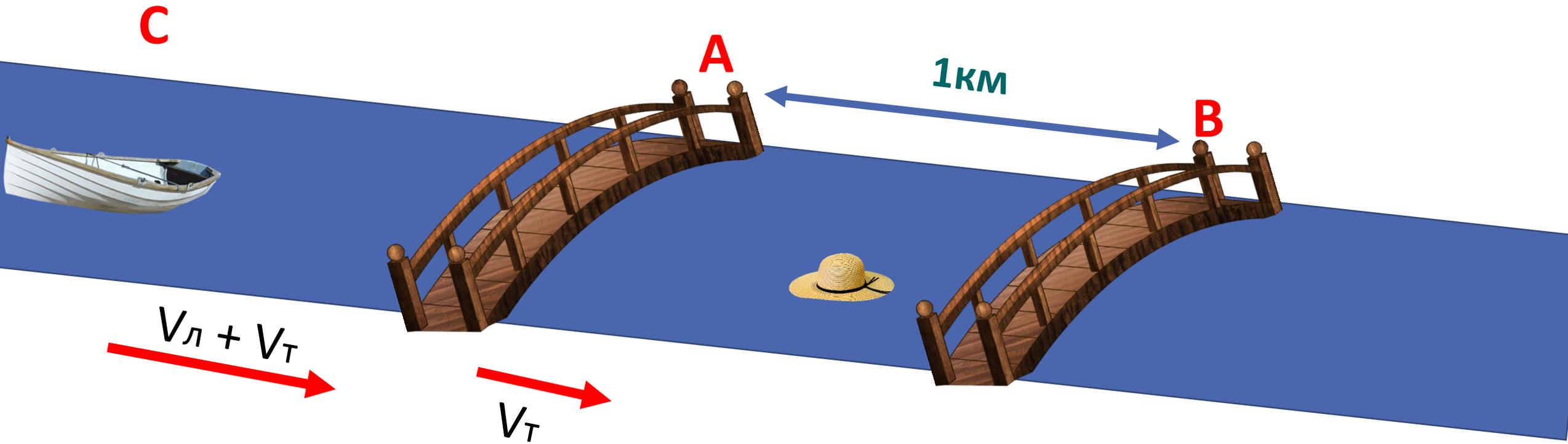
$$V_{\text{сближ}} = (V_{\text{л}} + V_{\text{т}}) - V_{\text{т}} = V_{\text{л}}$$

$$V_{\text{сближ}} = V_{\text{удал}} = V_{\text{л}}$$

$$t_{\text{сближ}} = t_{\text{удал}} = 15 \text{ мин}$$

$$t_{\text{шляпы}} = 30 \text{ мин} = 0,5 \text{ ч}$$

$$V_{\text{т}} = 1 : 0,5 = 2 \text{ (км/ч)}$$



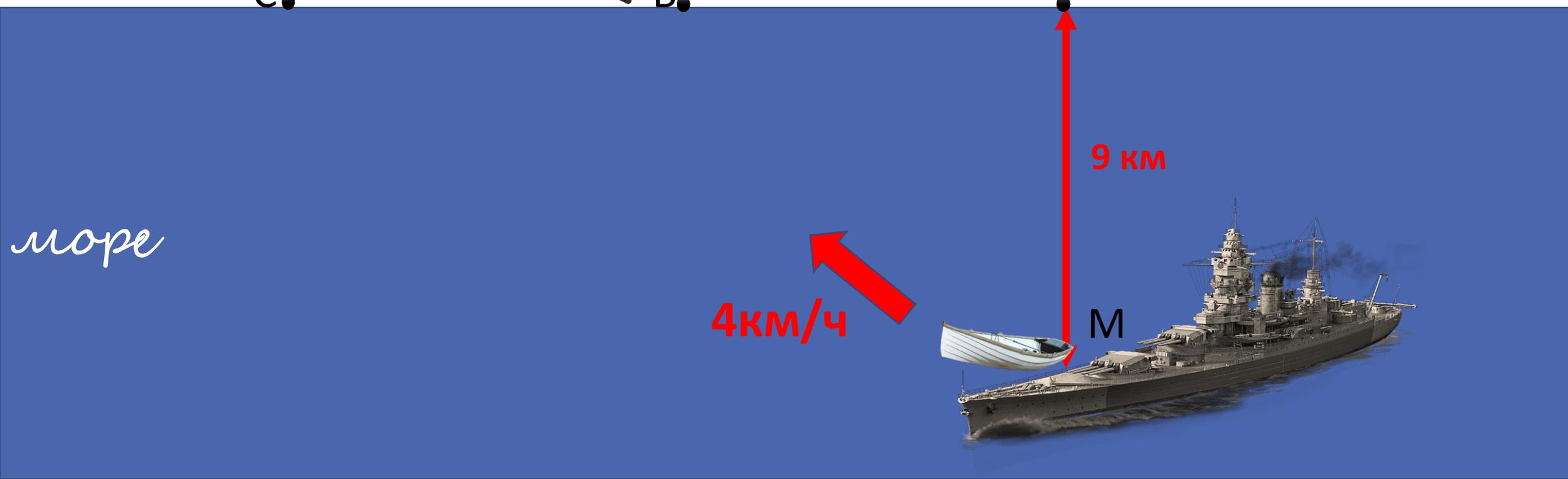
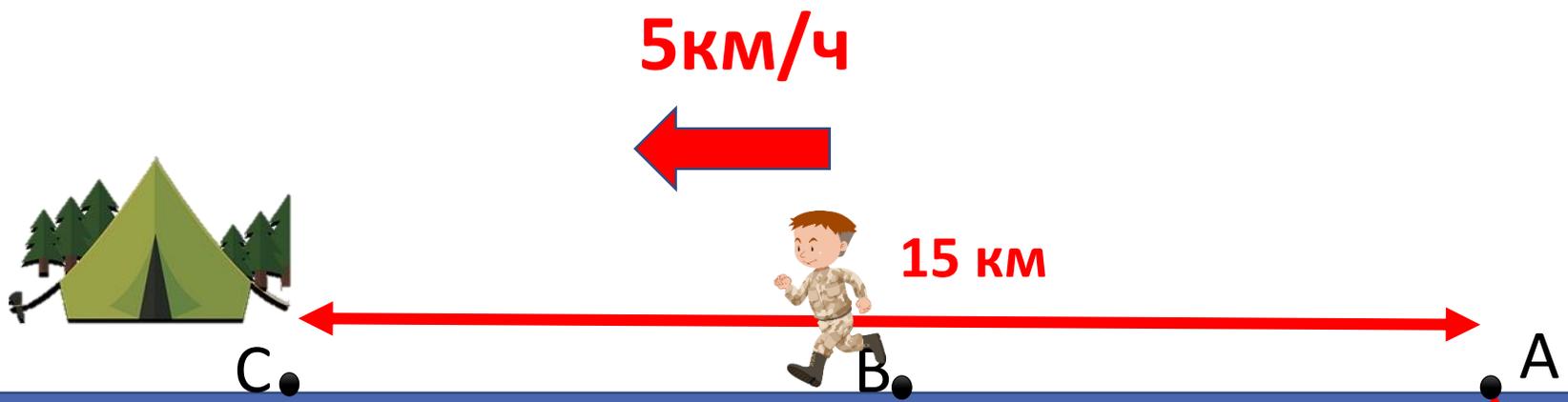
Миноносец стоит на якоре в 9км от берега. С миноносца посылают гонца в лагерь, расположенный на берегу в 15км от ближайшей к миноносцу точки берега. Скорость гонца на веслах - 4 км/ч, а на берегу 5км/ч. В какой точке берега он должен пристать, чтобы попасть в лагерь как можно быстрее?



море

10 класс. Задачи на нахождение
наибольшего (наименьшего)
значения





$$t = \frac{\sqrt{81 + x^2}}{4} + \frac{15 - x}{5} \quad t' = \frac{5x - 4\sqrt{81 + x^2}}{20\sqrt{81 + x^2}} \quad \frac{5x - 4\sqrt{81 + x^2}}{20\sqrt{81 + x^2}} = 0$$



C.

15 км

$x=12\text{ км}$

$15 - x$

B.

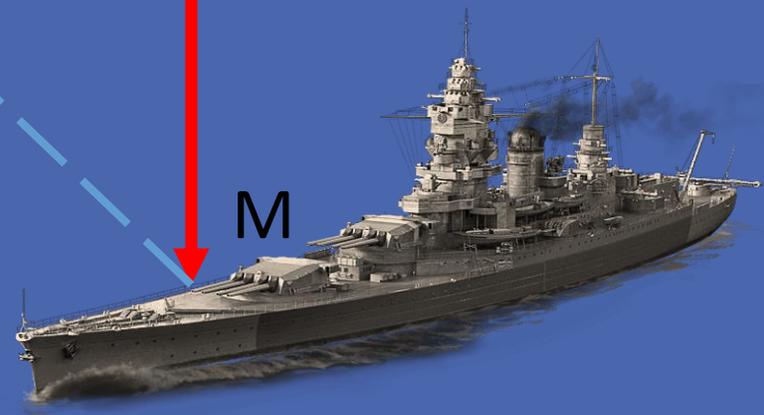
x

A

$\sqrt{9^2 + x^2}$

9 км

M



море

$$V_{\text{л}} = 4 \text{ км/ч}$$

$$V_{\text{б}} = 5 \text{ км/ч}$$

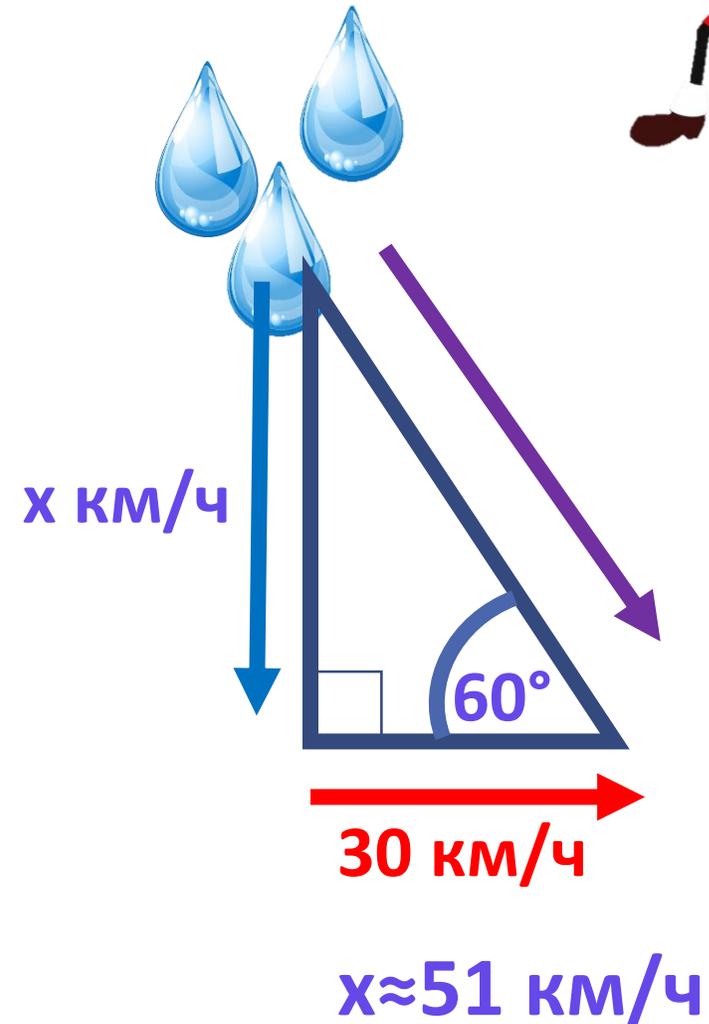
8-9 класс. Задача барона Мюнхгаузена

Однажды, стоя под дождем, я задумался: «Чему равна скорость капель?».

Прежде всего я взял отвес и убедился, что капли падают строго вертикально. Затем я сел в карету и обнаружил, что во время движения капли на стекле кареты наклонены под углом 60° к горизонту.

Тогда я спросил у лошади: «С какой скоростью едет карета?»

И узнал, что её скорость равна 30 км/ч . Тут же я рассчитал скорость капель.



8-9 класс. Касательная к окружности

Под каким углом нужно направить лодку к берегу, чтобы за время переправы через реку её как можно меньше снесло течением, если скорость течения – 6 км/ч , а скорость лодки в стоячей воде – 3 км/ч ?

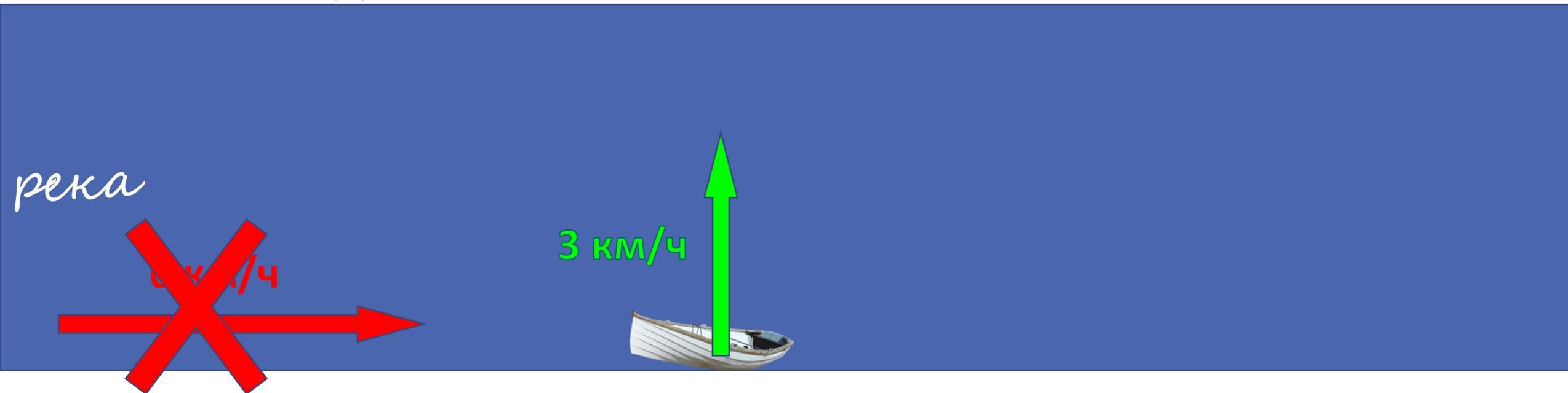
река

6 км/ч



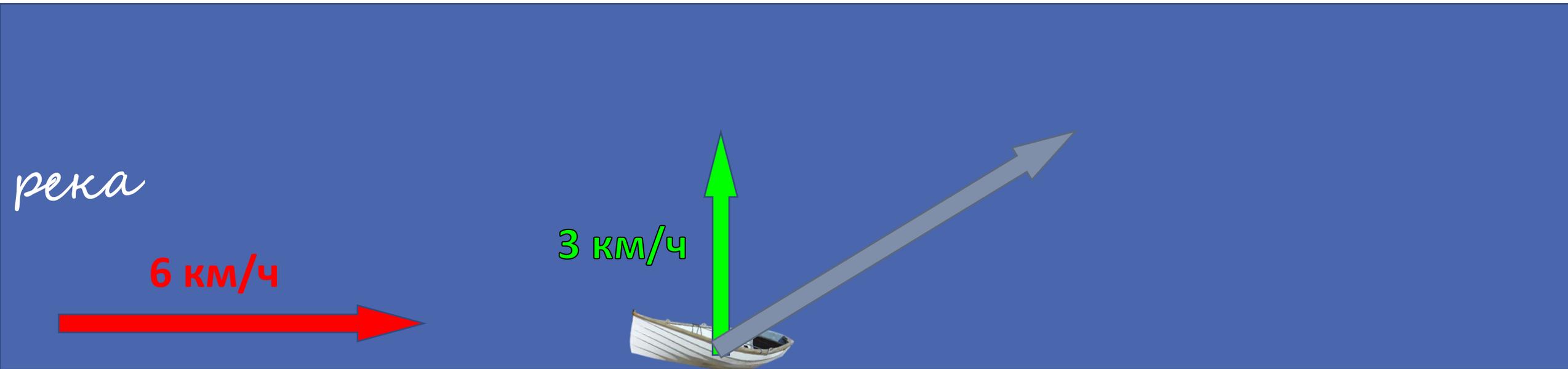
8-9 класс. Касательная к окружности

Под каким углом нужно направить лодку к берегу, чтобы за время переправы через реку её как можно меньше снесло течением, если скорость течения – 6 км/ч , а скорость лодки в стоячей воде – 3 км/ч ?



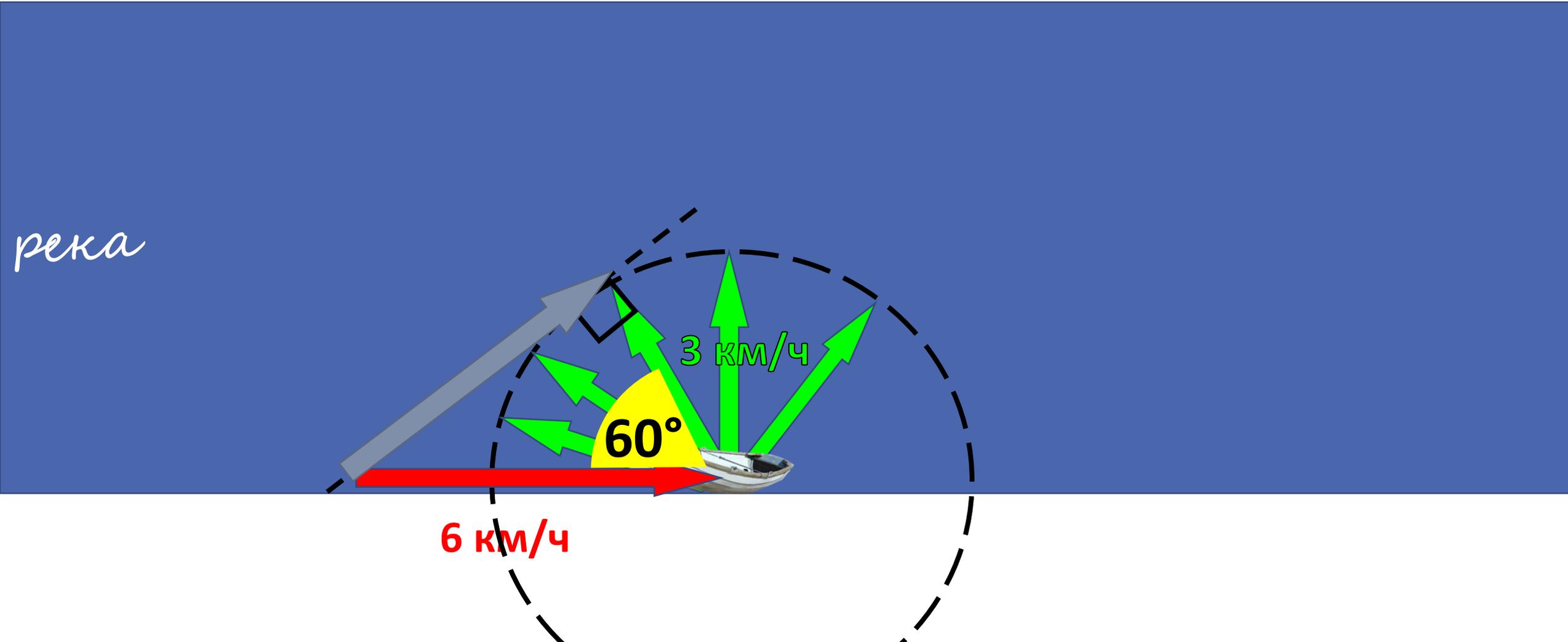
8-9 класс. Касательная к окружности

Под каким углом нужно направить лодку к берегу, чтобы за время переправы через реку её как можно меньше снесло течением, если скорость течения – 6 км/ч , а скорость лодки в стоячей воде – 3 км/ч ?



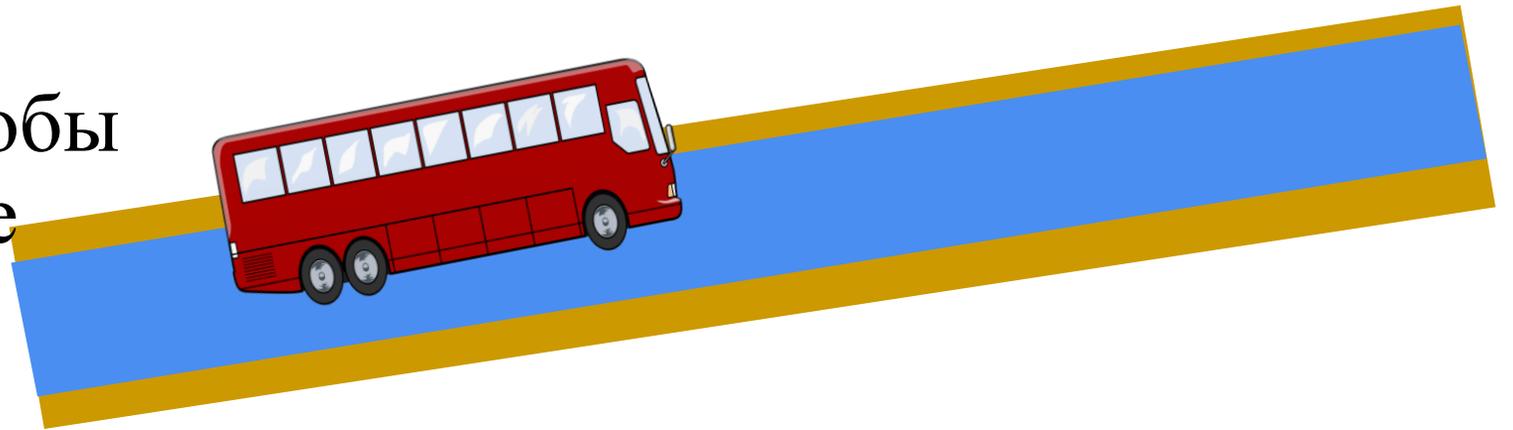
8-9 класс. Касательная к окружности

Угол должен быть таким, чтобы результирующая скорость была направлена под наибольшим углом к берегу



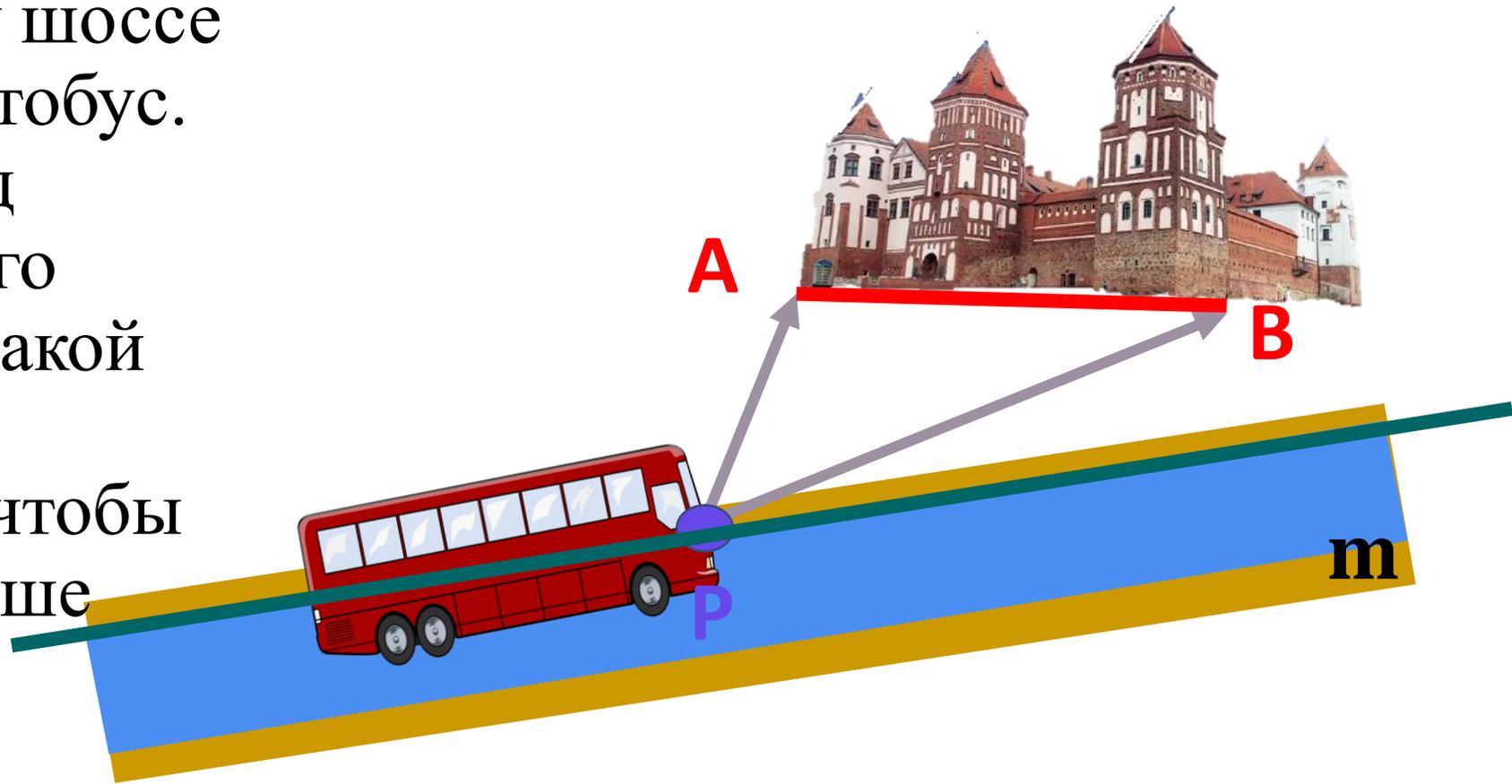
8-9 класс. Касательная к окружности

По прямолинейному шоссе едет экскурсионный автобус. В стороне от шоссе под некоторым углом от него расположен замок. В какой точке шоссе должен остановиться автобус, чтобы экскурсанты могли лучше всего рассмотреть из автобуса фасад замка?



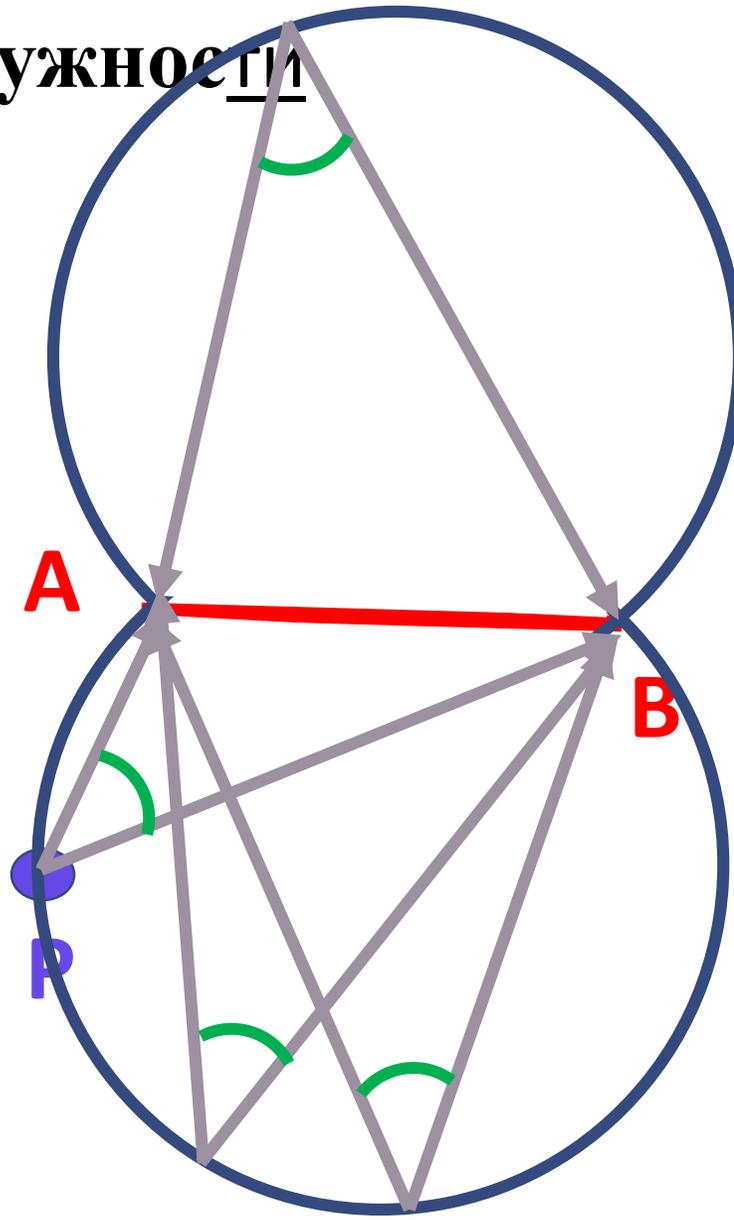
8-9 класс. Касательная к окружности

По прямолинейному шоссе едет экскурсионный автобус. В стороне от шоссе под некоторым углом от него расположен замок. В какой точке шоссе должен остановиться автобус, чтобы экскурсанты могли лучше всего рассмотреть из автобуса фасад замка?



8-9 класс. Касательная к окружности

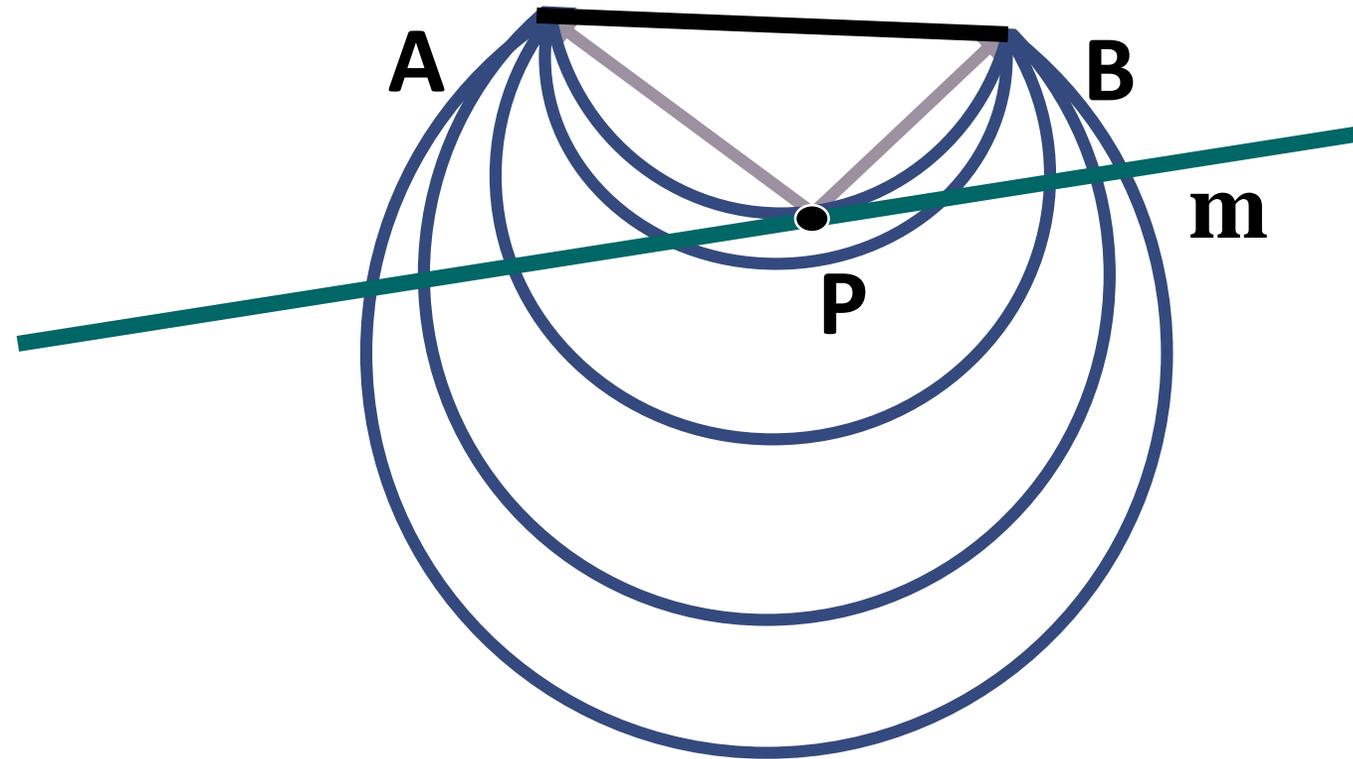
Множеством точек плоскости, для которых угол APB имеет заданную величину, является пара дуг окружности с концами в точках A и B .



8-9 класс. Касательная к окружности

Таким образом,
нужный угол APB
будет задавать
одна из дуг с
концами в точках
 A и B .

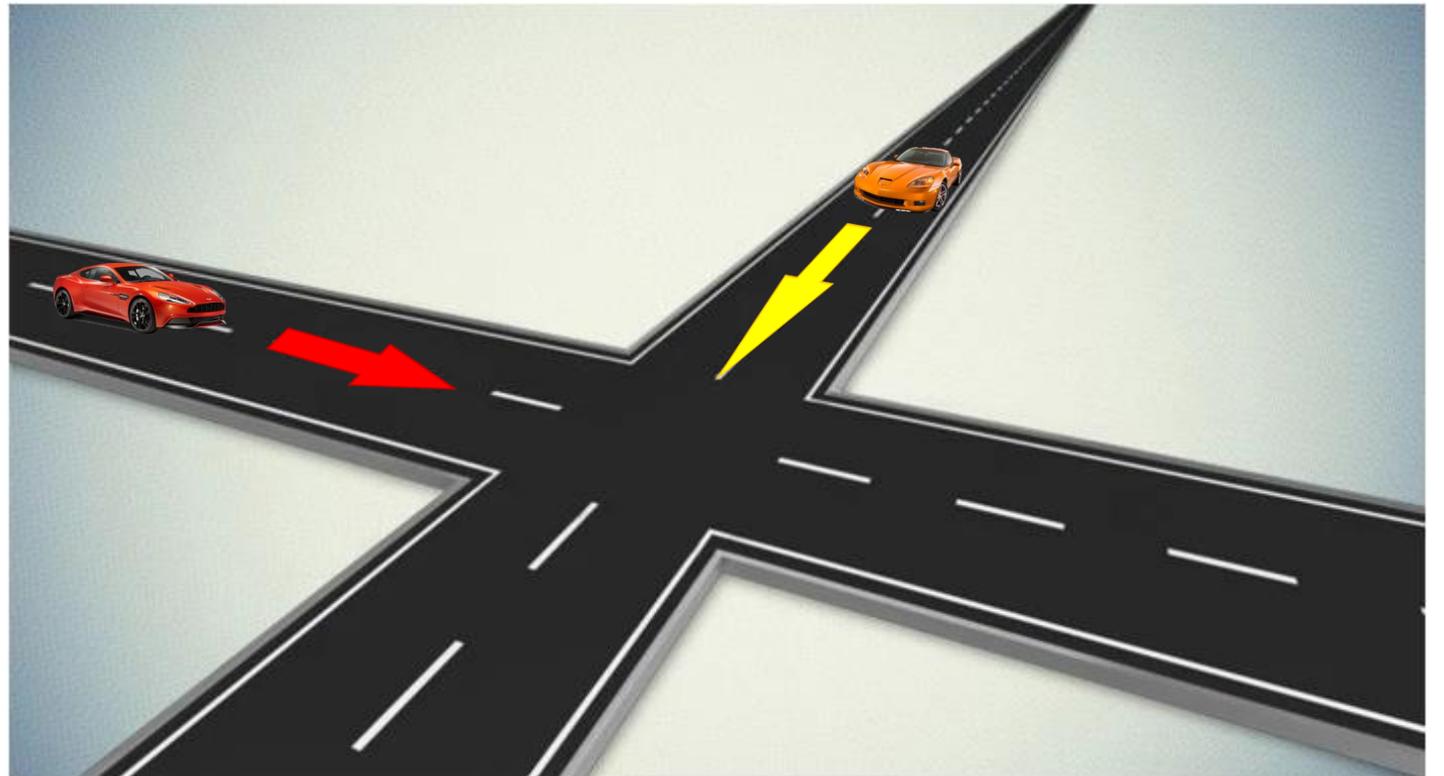
Внутренние
дуги задают
большие углы, чем
внешние.



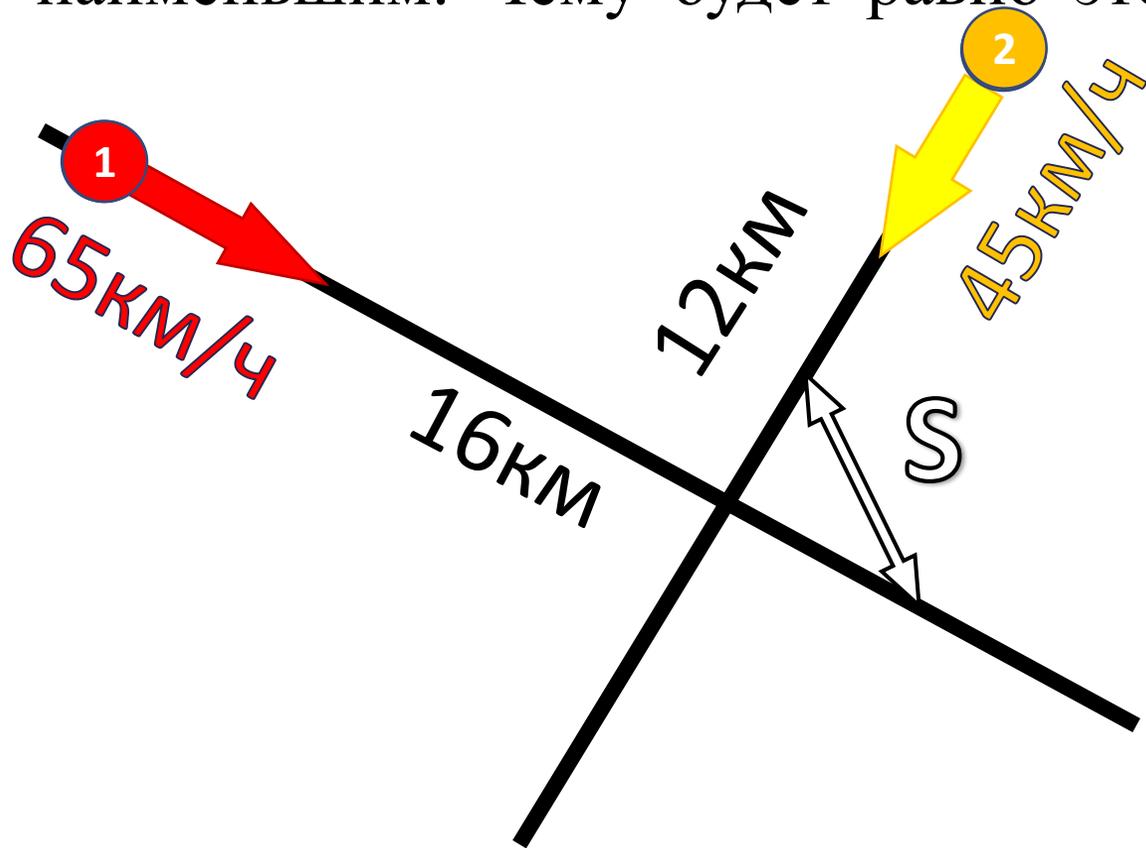
8-10 класс

Два автомобиля равномерно движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку. Скорость одного равна 65 км/ч и он находится на расстоянии 16 км от перекрестка, а скорость другого 45 км/ч и он находится на расстоянии 12 км от перекрестка. Спустя некоторое время расстояние между автомобилями будет наименьшим. Чему будет равно это наименьшее расстояние?

В ответ запишите расстояние в метрах, округлив полученный результат до целых.



Два автомобиля равномерно движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку. Скорость одного равна 65 км/ч и он находится на расстоянии 16 км от перекрестка, а скорость другого 45 км/ч и он находится на расстоянии 12 км от перекрестка. Спустя некоторое время расстояние между автомобилями будет наименьшим. Чему будет равно это наименьшее расстояние?



Решение: t – время; $S_1 = |16 - 65t|$; $S_2 = |12 - 45t|$;

$$S^2 = (S_1)^2 + (S_2)^2; \quad S^2 = (16 - 65t)^2 + (12 - 45t)^2;$$

$$S^2 = 6250t^2 - 3160t + 400; \quad y = S^2;$$

$$y = 6250t^2 - 3160t + 400;$$

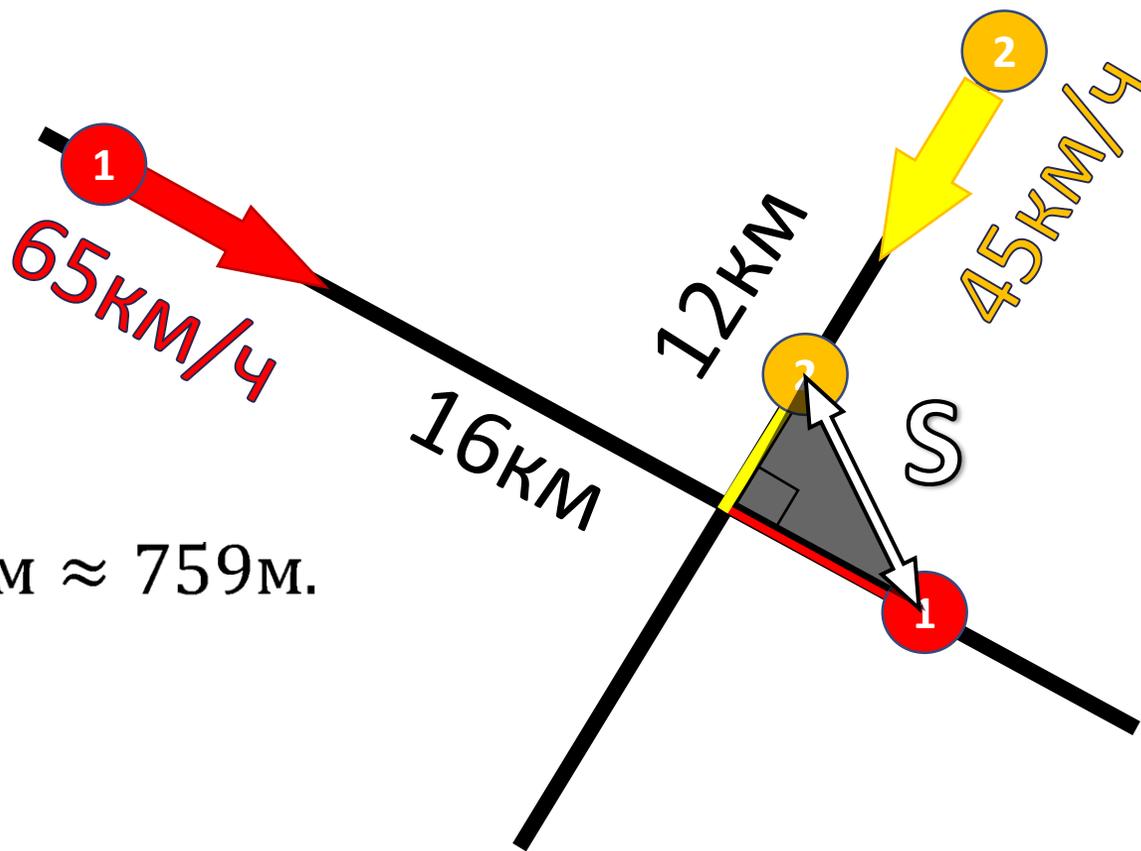
$$a > 0, \quad y_{\text{наим}} = y(t_{\text{в}});$$

$$t_{\text{в}} = -\frac{b}{2a}; \quad t_{\text{в}} = -\frac{-3160}{2 \cdot 6250} = \frac{168}{625};$$

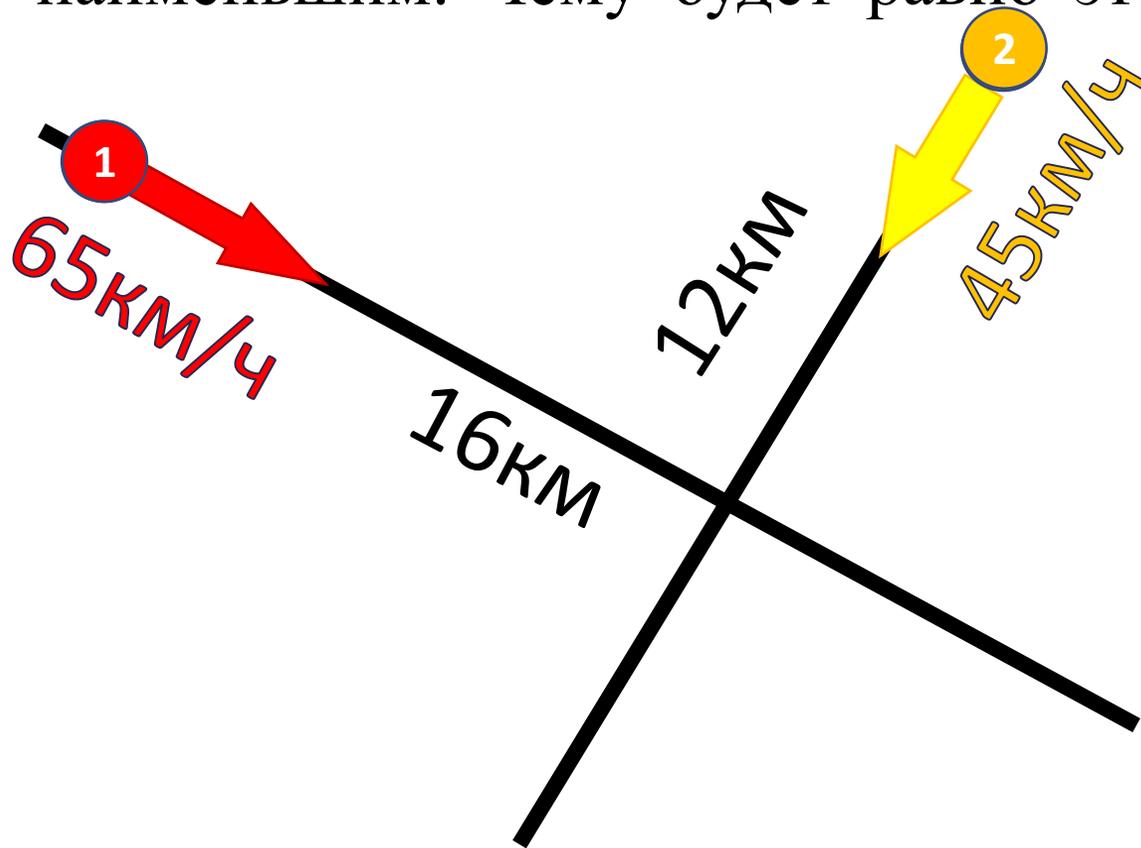
$$\frac{168}{625} \text{ ч} \approx 15 \text{ мин}; \quad y_{\text{наим}} = \frac{360}{625};$$

$$S = \sqrt{y}; \quad S_{\text{наим}} = \frac{6\sqrt{10}}{25}; \quad \frac{6\sqrt{10}}{25} \text{ км} \approx 759 \text{ м.}$$

Ответ: 759 м.



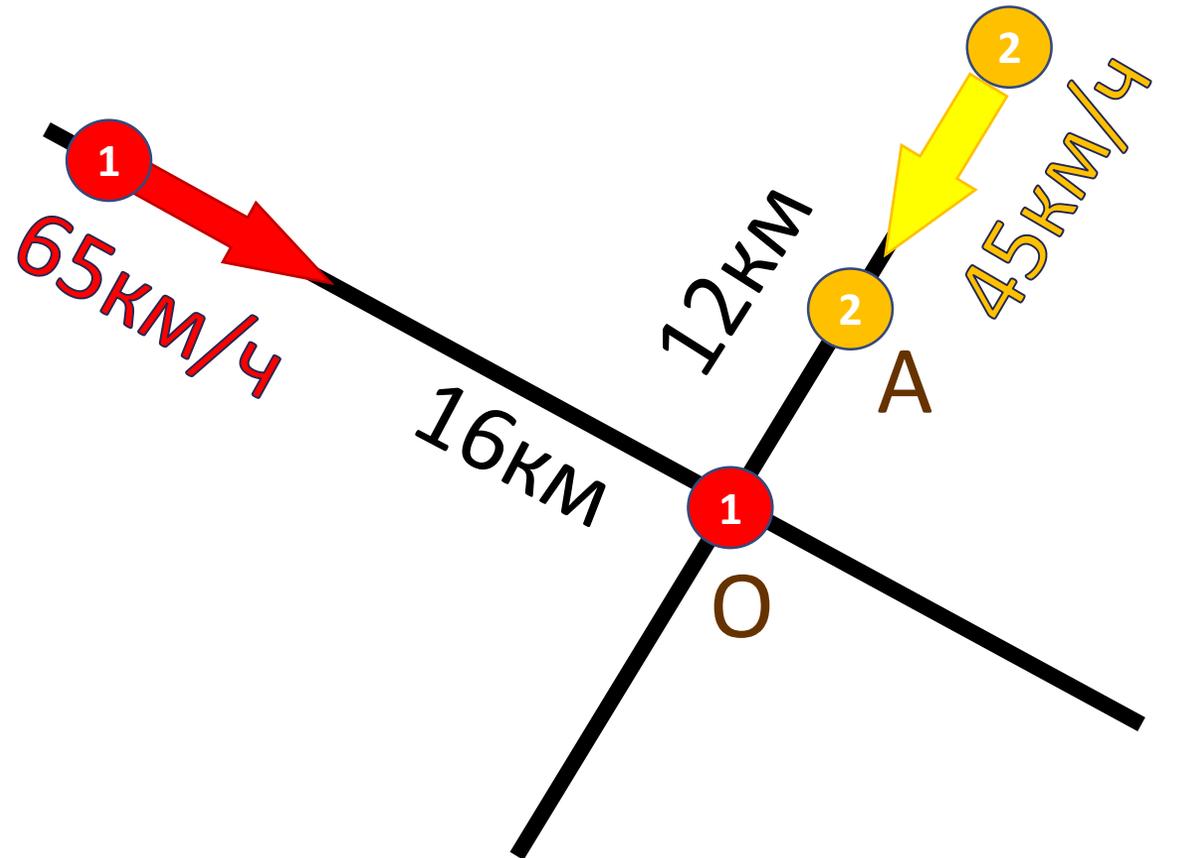
Два автомобиля равномерно движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку. Скорость одного равна 65 км/ч и он находится на расстоянии 16 км от перекрестка, а скорость другого 45 км/ч и он находится на расстоянии 12 км от перекрестка. Спустя некоторое время расстояние между автомобилями будет наименьшим. Чему будет равно это наименьшее расстояние?



Автомобиль с большей скоростью достигнет перекрестка через $\frac{16}{65}$ ч.

В это время второй автомобиль будет находиться на расстоянии АО от перекрестка

$$AO = 12 - \frac{16}{65} \cdot 45 = \frac{12}{13} \text{ (км)}.$$



$$\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$$

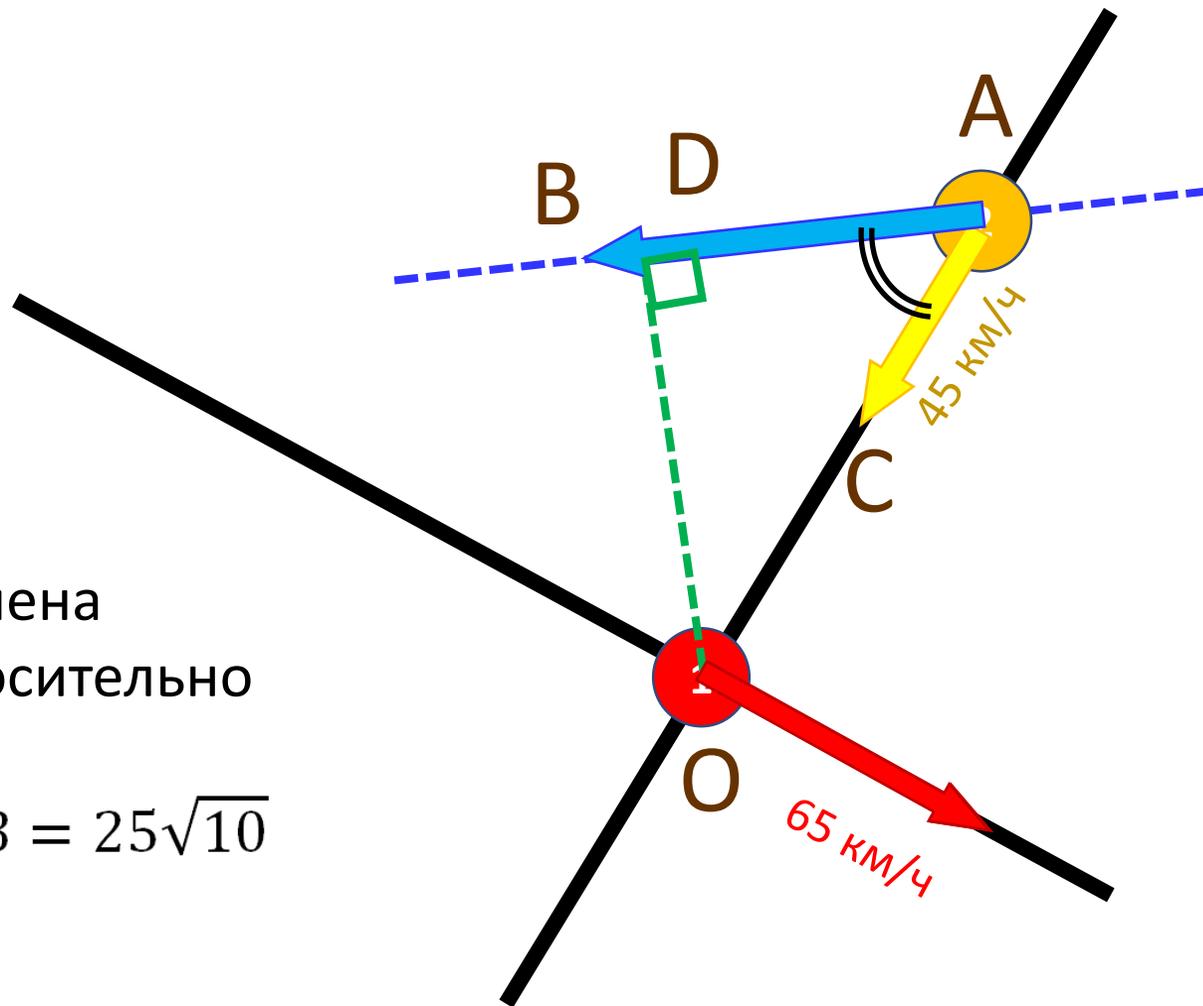
Вектор АВ показывает как направлена скорость второго автомобиля относительно первого.

Из $\triangle ABC$ по теореме Пифагора: $AB = 25\sqrt{10}$

$$\sin A = \frac{65}{25\sqrt{10}} = \frac{13}{5\sqrt{10}}$$

Наименьшее расстояние – длина перпендикуляра OD к прямой АВ.

$$\text{Из } \triangle AOD: OD = AO \sin A; \quad OD = \frac{12}{13} \cdot \frac{13}{5\sqrt{10}} = \frac{12}{5\sqrt{10}}; \quad \frac{12}{5\sqrt{10}} \text{ км} \approx 759 \text{ м.}$$

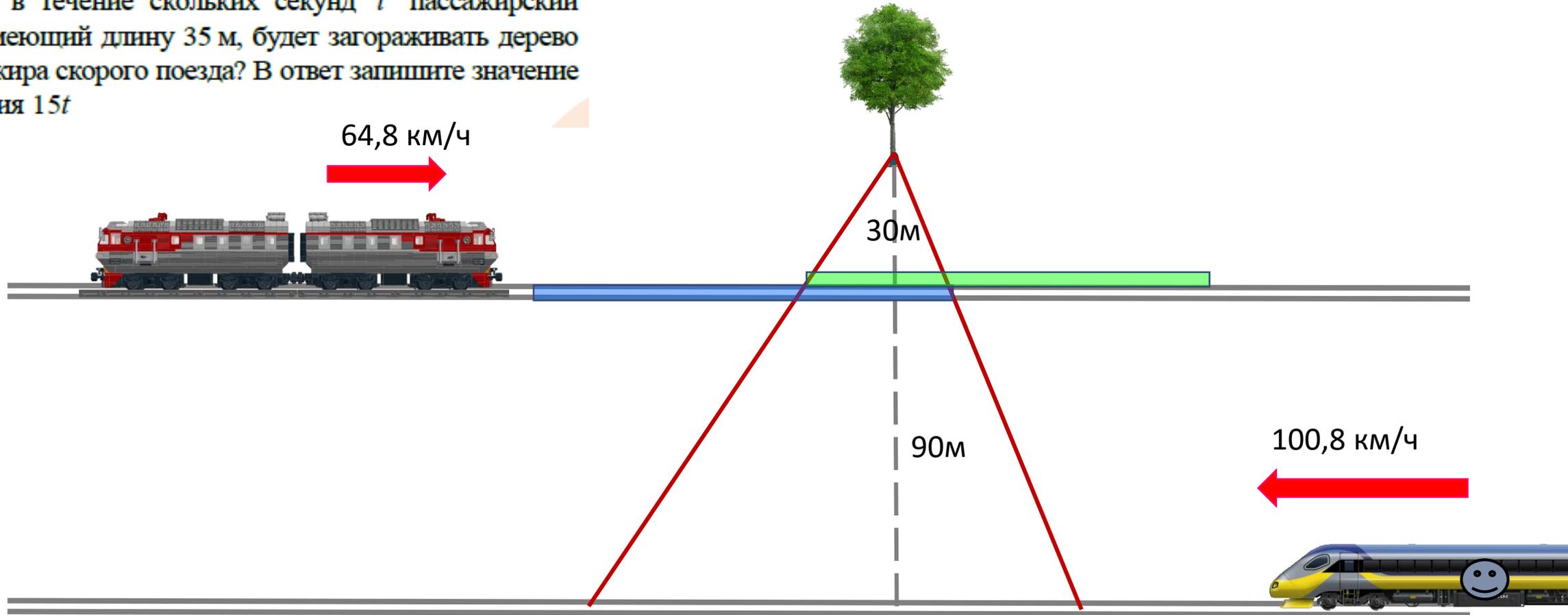


В11. По прямым параллельным путям равномерно в противоположных направлениях движутся два поезда: по первому – скорый поезд со скоростью $100,8 \text{ км/ч}$, по второму – пассажирский со скоростью $64,8 \text{ км/ч}$. По одну сторону от путей на расстоянии 120 м от первого пути и 30 м от второго растет дерево. Если пренебречь шириной пути, то в течение скольких секунд t пассажирский поезд, имеющий длину 35 м , будет загромождать дерево от пассажира скорого поезда? В ответ запишите значение выражения $15t$

8-9 класс. Подобие треугольников



В11. По прямым параллельным путям равномерно в противоположных направлениях движутся два поезда: по первому – скорый поезд со скоростью $100,8 \text{ км/ч}$, по второму – пассажирский со скоростью $64,8 \text{ км/ч}$. По одну сторону от путей на расстоянии 120 м от первого пути и 30 м от второго растёт дерево. Если пренебречь шириной пути, то в течение скольких секунд t пассажирский поезд, имеющий длину 35 м , будет загромождать дерево от пассажира скорого поезда? В ответ запишите значение выражения $15t$



В11. По прямым параллельным путям равномерно в противоположных направлениях движутся два поезда: по первому – скорый поезд со скоростью 100,8 км/ч, по второму – пассажирский со скоростью 64,8 км/ч. По одну сторону от путей на расстоянии 120 м от первого пути и 30 м от второго растет дерево. Если пренебречь шириной пути, то в течение скольких секунд t пассажирский поезд, имеющий длину 35 м, будет загромождать дерево от пассажира скорого поезда? В ответ запишите значение выражения $15t$

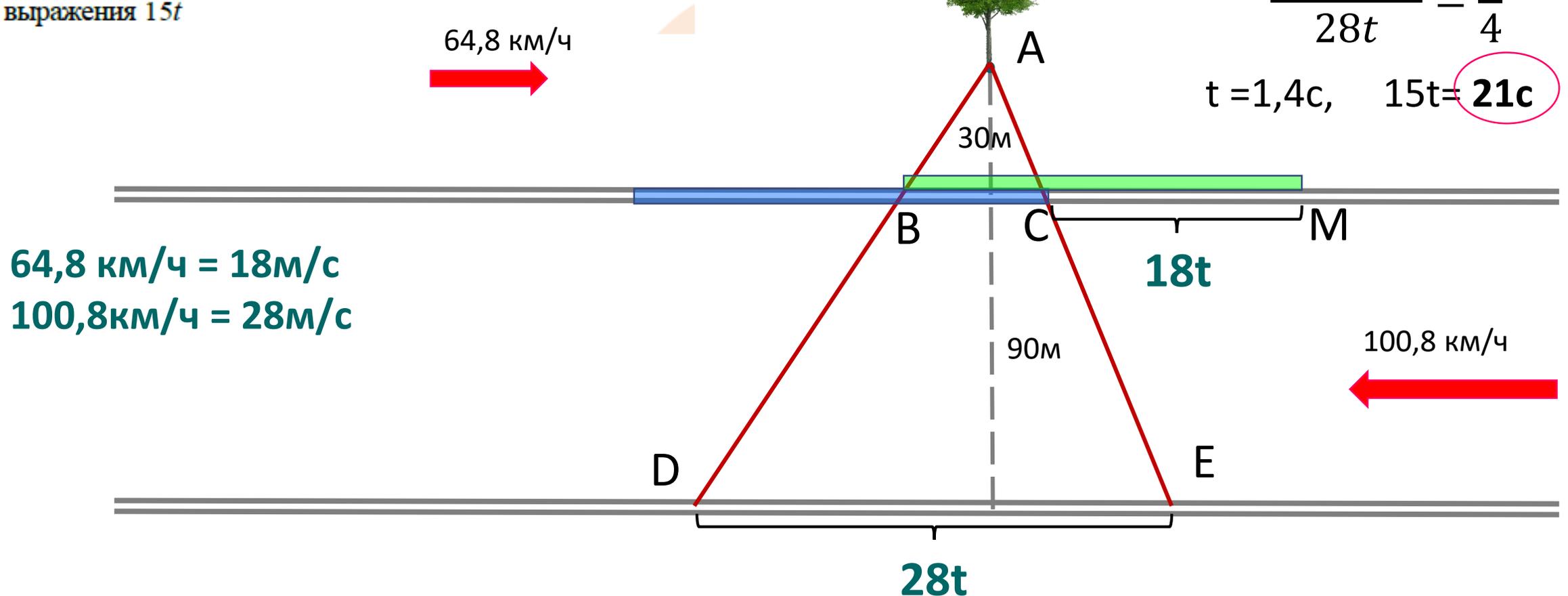
t – время в секундах, в течение которого пассажир не видит дерево

$$BC = 35 - 18t$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

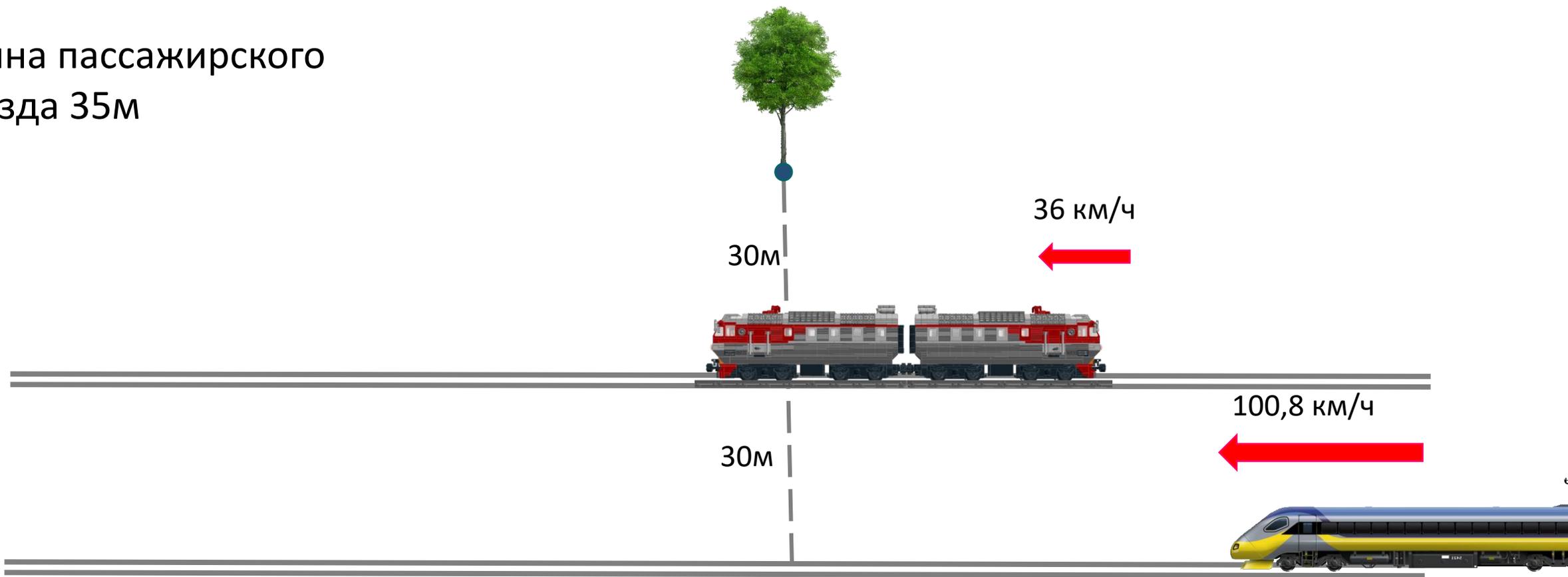
$$\frac{35 - 18t}{28t} = \frac{1}{4}$$

$$t = 1,4\text{с}, \quad 15t = \mathbf{21\text{с}}$$



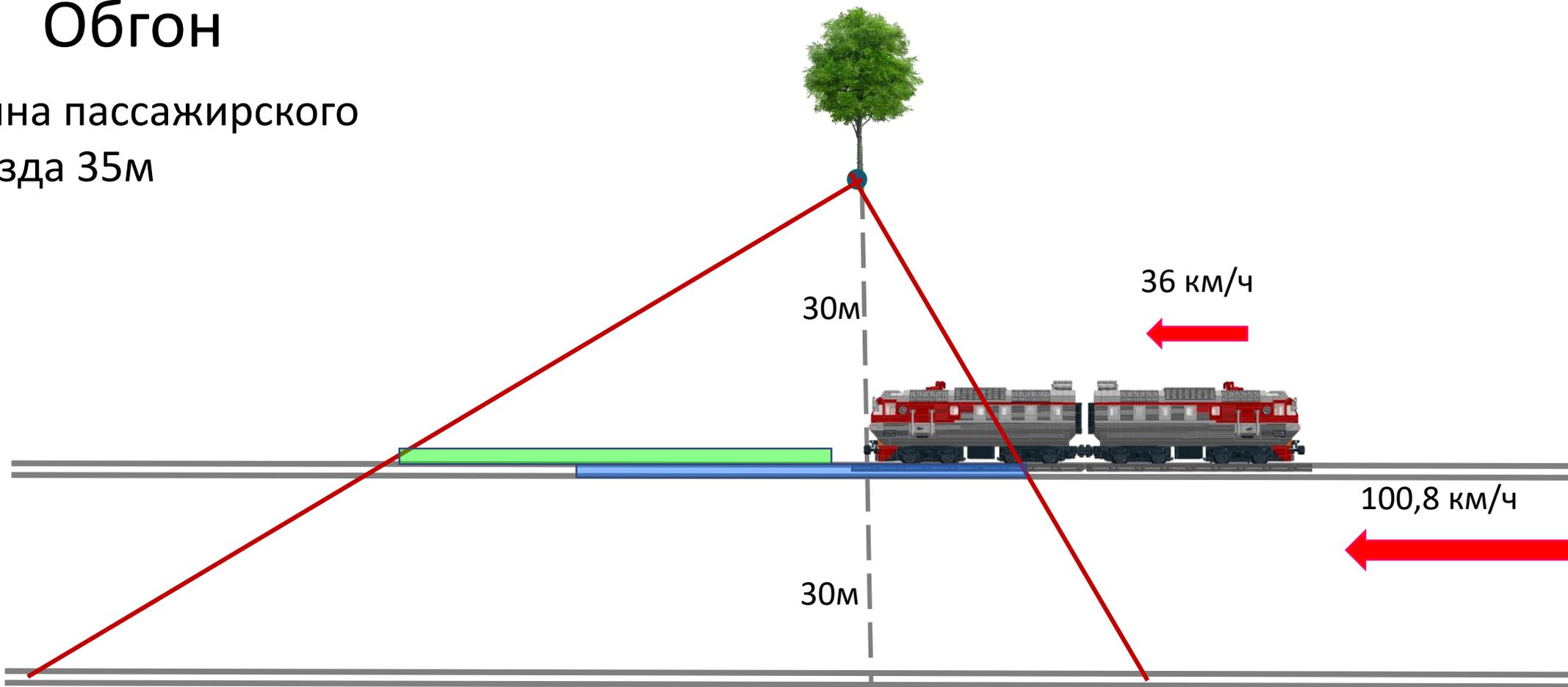
Обгон

Длина пассажирского
поезда 35м



Обгон

Длина пассажирского
поезда 35м



Обгон

Длина пассажирского
поезда 35м

$36\text{км/ч} = 10\text{м/с}$

$100,8\text{км/ч} = 28\text{м/с}$

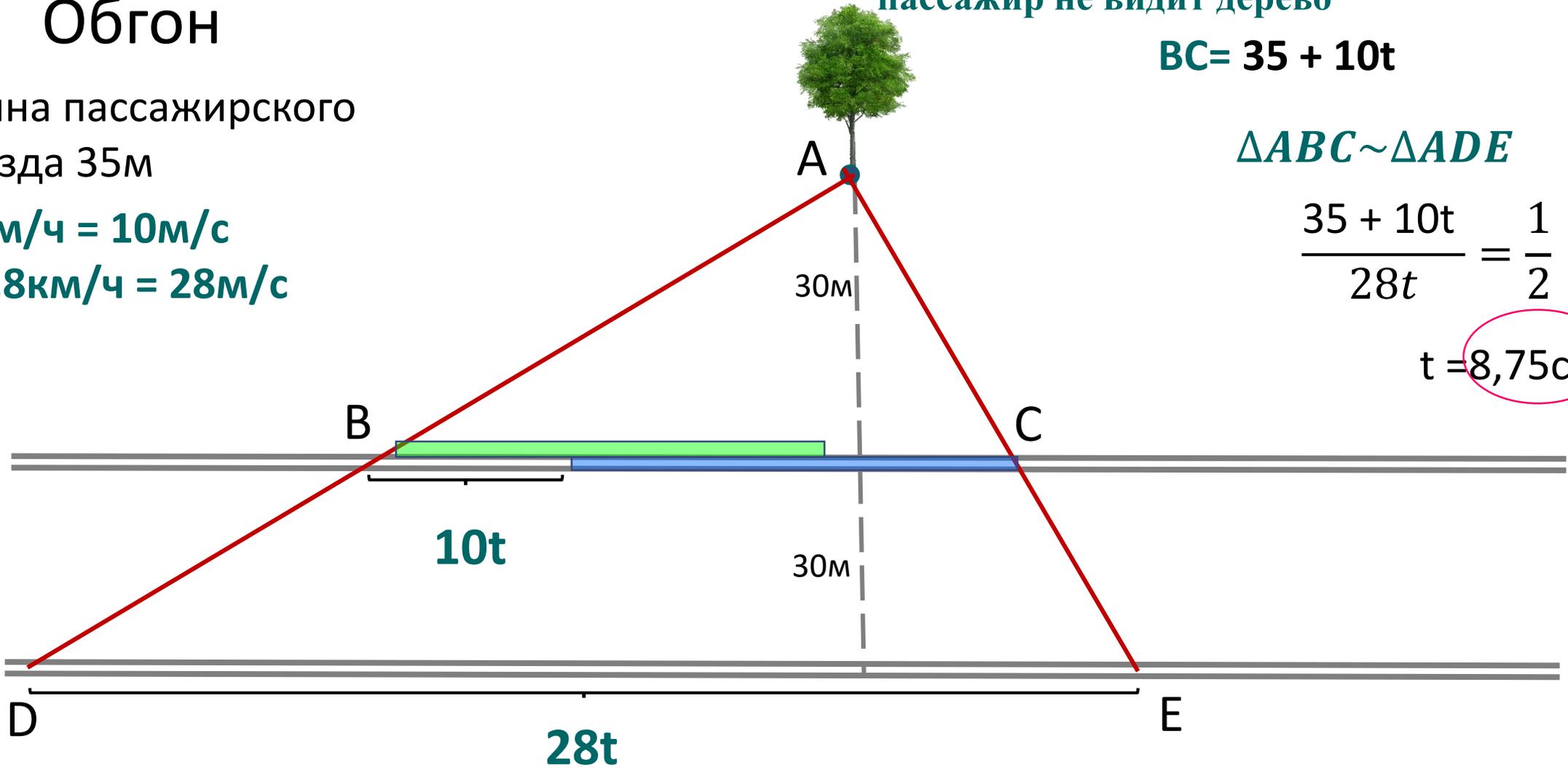
t – время в секундах, в течение которого
пассажир не видит дерево

$$BC = 35 + 10t$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\frac{35 + 10t}{28t} = \frac{1}{2}$$

$$t = 8,75\text{с}$$

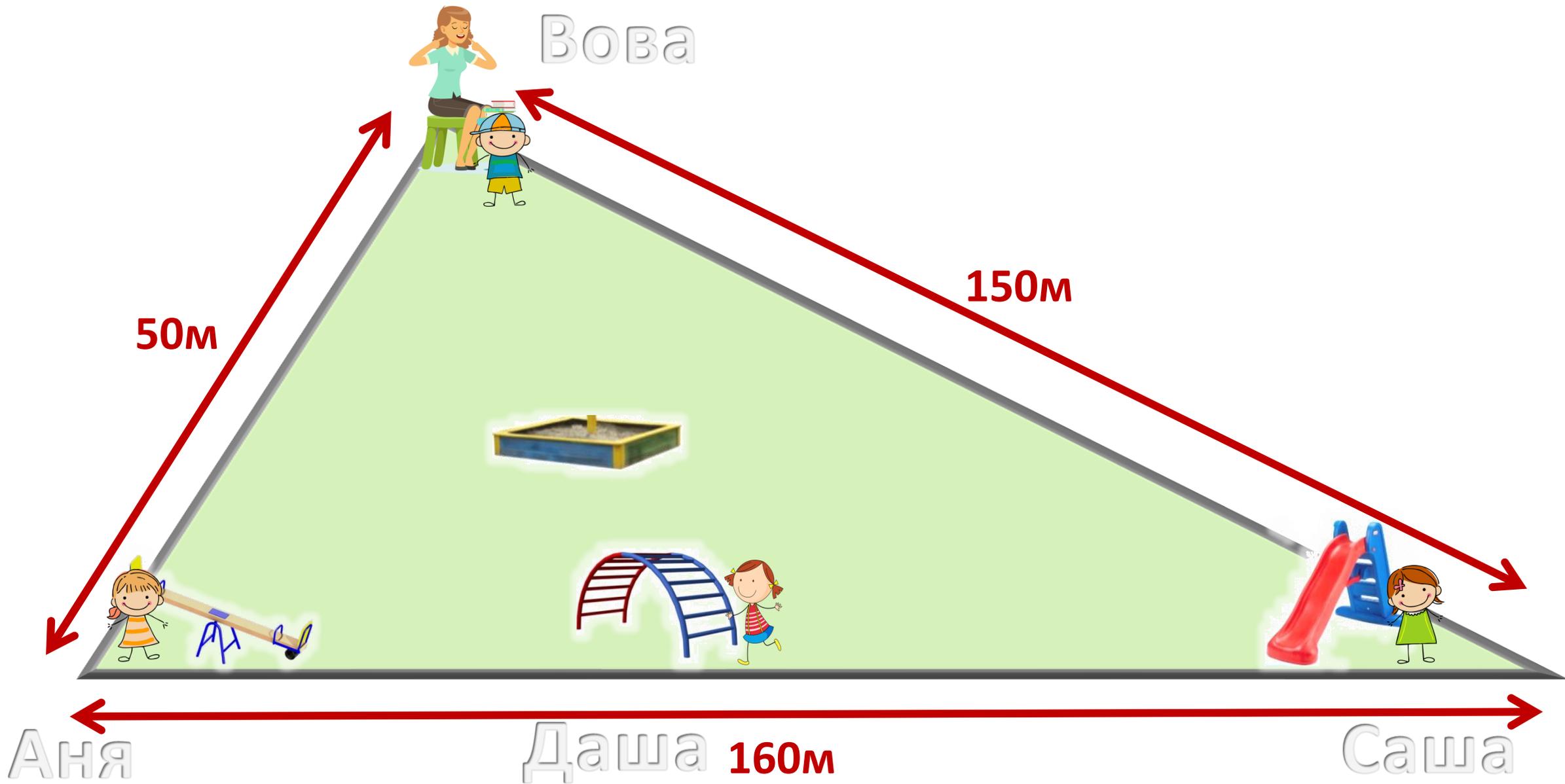


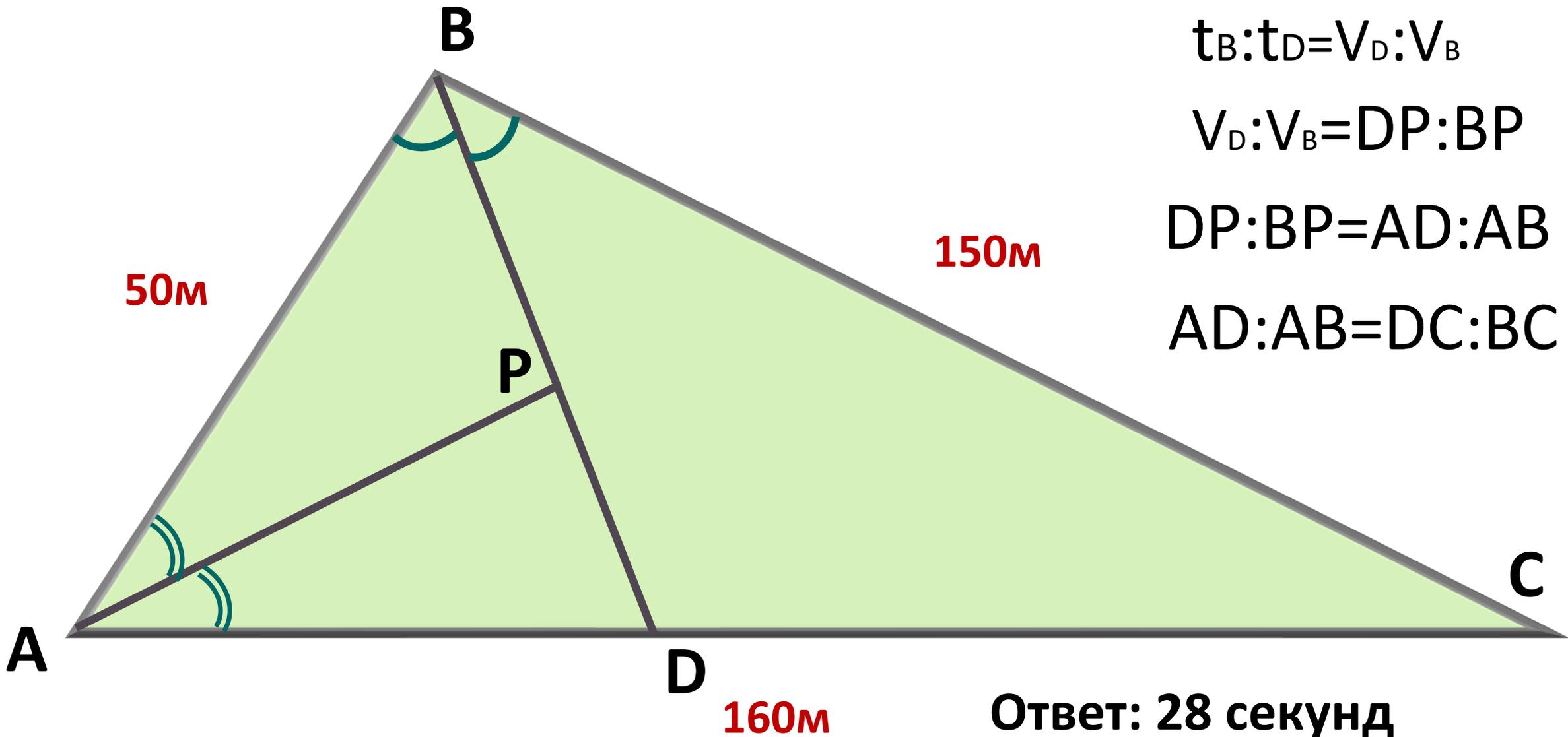
9 класс. Свойство биссектрисы



Мама наблюдает за детьми на детской площадке, имеющей форму треугольника. Вова стоит возле нее. Аня находится на качелях. Саша катается с горки. Даша играет возле лесенки. Когда мама видела Дашу прямо перед собой и краем зрения Сашу и Аню, Даша побежала к маме, а Вова на лесенку. Встретились Даша и Вова возле песочницы, которая находится на одинаковом расстоянии от сторон площадки, и продолжили движение без остановки. Даша прибежала к маме на 7 секунд позже Вовы. Определите время, за которое Вова добежал до лесенки по данным размерам площадки. (скорость движения детей постоянна)







$$t_B + 7 = t_D$$

$$t_B : t_D = v_D : v_B$$

$$v_D : v_B = DP : BP$$

$$DP : BP = AD : AB$$

$$AD : AB = DC : BC$$

Ответ: 28 секунд